

Math

1086



IO. ANDR. SEGNERI D.
DEFENSIO

ADVERSUS
CENSURAM BEROLINENSEM.

PROBATIONIS LOCO
EST
CRISIS PERPETVA
IN
DVO CAPITA
GEOMETRIAE
ILLVSTRIS WOLFII.



[1741]
GOTTINGAE
APVD ABR. VANDENHOECK, ACAD. TYP.

1992. 102





DEFENSIO ADVERSVS CENSVRAM BEROLINENSEM.

EDideram mense Martio huius anni programma, quo cum lectiones publicas, quibus Experimenta Illustris Wolfii repeterentur atque illustrarentur, indicarem, rumori quoque occurrendum duxi, qui in academia nostra repererat, quasi nulla ex institutionibus meis speranda foret solida eruditio, quod Wolfianus non essem. Id mihi a pluribus studiis atque vitae genere diuersis adeo confirmatum est, ut cum primum contemnerem, deinde apud me statuerem, plane negligendam non esse rem, quae, quidquid in me inest adiuuandam studiosam iuventutem opportunitatis, otiosam reddere possit, iisque inutilem. Verum cum de auctore rumoris nihil constaret certi, ita me tuendum putaui, atque in statu conseruandum, ut nulla tamen ad innocentem quemquam peruenire possit iniuria. Itaque rumorem, cuius auctor non plane patebat, tamquam vagum & nullo idoneo auctore ortum exhibui, cumque ita res

ferret, vt crebro Illustr. Wolfii eiusque sectatorum facienda esset mentio, aduersus eum quidem, quam meretur, reuerentiam significavi, quotiescunque nominandus erat; hos cum laudare omnes non possem, confirmaui tamen, quicunque eorum virtutis atque eruditionis laudem iure sustinent, non minus magni a me fieri, quam si nullus dogmatum inter nos esset dissensus. Ipsam deinde rem, quam scripto tractare institueram, ita egi, vt primo ostenderem, nullum prorsus in Mathematicis atque Physicis disciplinis, quae solae sunt philosophiae partes, quas Regio iussu trado, sectae locum esse. Verum de eo controuersia mota nulla est, neque adeo multa dicere attinet. Quo vero fundamenta quoque effoderem atque primam mali radicem, atque illi occurrerem, ex quo Wolfianum me non esse collectum fuit, ad illud deinde accedendum erat, quod, cum Mathemata Wolfiana explicanda auditoribus essent, reprehendere me ea, ab iisque in diuersam partem discedere, dicebatur. Quod quidem a me fieri concedendum erat, nisi in his rebus parum doctorum venando adfensum, ipsum me accusare, atque apud homines doctos peritiam in rebus, quibus tradendis Regio numine praefectus sum, suspectam reddere vellem. Superfuit, vt recte me atque officio facere dicerem, quod scilicet Mathemata Wolfiana erroribus scaterent, quos qui inter praelegendum non emendat, vel indoctum se, vel malae fidei hominem ostendit. Qua in re nullius me examen vereri vt ostenderem, loca adduxi, quae mihi emendanda videntur, quae primo scriptorum partem

tem aliquam reuoluenti occurrerunt, professus, si opus fuerit, me ampliori scripto, quam quod programmatis loco esse possit, quae dixi, confirmaturum.

Non speravi, dum ea scriberem, contra dicturum mihi quemquam in re euentissima, atque ad neminem prorsus laedendum comparata, discantibus vero, qui uti vellent, etiam fructuosissima. Neque id falso, si de iis agatur, qui competentes harum rerum esse possunt iudices. Quod cum viderem, cumque maiori, quam merebar, fauore excipi leue scriptum ex amicorum litteris atque sermonibus intelligerem, studiosam vero iuventutem conatibus meis adplaudentem cernerem; dubitare coepi, an declaratio dictorum, quam promiseram, requireretur. Et fieri poterat, ut tempore labente in ea opinione confirmarer, aliis utique implicatus negotiis utilioribus, vel mihi certe iucundioribus, & a moribus meis atque vitae ratione minus remotis. In primis quod, quo diutius protrahebatur responsum, quod aliquos minari deinde factus sum certior, eo magis simile vero fiebat, nihil fuisse, quod, qui maxime vellent, in scripto meo reprehenderent.

Tandem Nouellis publicis Berolinensibus repertus est, qui de eo ageret. Nihil dicam grauius in hominem, imbecillitate fortasse iudicii, atque admiratione earum rerum, quas ipse cum non intelligat, celebrari videt a plurimis, non malitia lapsus; sed ipsam adponam censuram, in latinum quoque sermonem conuersam, quo clarius vtriusque linguae collatione, intelligatur.

Der Herr Professor Segner in Göttingen hat eine Einladungs-Schrift an die Studenten daselbst drucken lassen, worinn er ihnen Nachricht giebet, daß er über Herrn Wolfens nützliche Versuche zu genauer Erkänntniß der Natur und Kunst, lesen will. Es scheint, daß er bloß deswegen ein Werk von unserm grossen Philosophen erwehlet, damit er demselben seinen gelehrten Haß zeigen, und sein Programm ausfüllen kan. Denn was würde Herr Segner sonst auf einen ganzen Bogen gesagt haben? Bald im Anfange beklagt er sich, daß ein Gerücht unter den dortigen Studenten herum läuft welches ihn für ungeschickt erkläret, über Wolfens Schriften zu lesen. Der Herr Professor meynet, daß dieses daher kommt, weil man ihn für keinen Wolfianer hält. Es kann seyn, vielleicht aber suchet der Herr Professor einen Argwohn unter diesem Vorwurfe zu verstecken, der noch viel

EMisit Segnerus Göttingensis Professor prolusionem academicam, qua consilium de publicis praelectionibus in *Illustr. Wolfii Physicam Experimentalem studiosae iuventuti aperit. Videtur ille magni potissimum philosophi nostri librum sumsisse aliquem, cum ut litterarium erga eum odium exerceret suum, tum ut materies scribendi ne deesset. Nam alioqui unde argumentum integrae plagulae? Iam in principio disputationis grauter conqueritur ramusculos, nescio quos, Gottingae sparsos, minus idoneum esse Wolfii scriptis interpretandis; nimirum quod Wolfianus non habeatur. Esto, nisi quod vereor, ne quam aliam suspicionem, multo etiam deteriore, sub hac criminatione tegere velit, quae suspicio haud scio, an augeatur, quam minuatur
po-*

viel weiter gehet. Inzwi-
schen fürchten wir, daß sei-
ne Einladungs-Schrift die-
sen Argwohn eher bestätig-
en, als aufheben wird.
Der Kunstgriff dem Herrn
Wolfen platterdinges die größ-
ten Fehler aufzubürden ist
bereits so alt und so bekant,
daß auch nur die wenigsten
unter den Unmündigen
am Verstande sich gegen-
wärtig mehr dadurch fangen
lassen. Gleichwohl waget
es der Herr Professor hier
auf eine recht marckschreye-
rische Art, denselben wie-
der anzubringen. Es fin-
det in Wolfens Schriften
definitiones vitiosas, ex-
perimenta falsa, ratio-
nes experimentorum er-
roneas, theoremata in-
completa, demonstra-
tiones per ambages peti-
tas, propositiones in-
concinneas, und endlich
contradictiones. Alle
diese Fehler und noch an-
dere setzt der Herr Profes-
sor so getrost hin, als wenn
eine Reichs-Verordnung
verhanden wäre, ihm schlech-
terdinges auf sein Wort zu
glauben, und damit sie recht
in die Augen fallen möchten,
so suchet er aus den verhaß-
ten

potius ista scriptiuncula.
*Exprobrare Wolfio simpli-
citer, & quasi pro impe-
rio vitia, atque ea pessima
quaeque affricare illi, ea
vero vetus ars est atque ob-
soleta, qua tu ne teneros
quidem puerulos iam ca-
pias. Et mihi Se-
gneri alicuius circulatoria
iactatio, si diis placet, ea
scruta reducit, inuenientis
in Wolfio definitiones vi-
tiosas, experimenta falsa,
rationes experimentorum
erroneas, theoremata in-
completa, demonstrationes
per ambages petitas, pro-
positiones inconcinneas,
tandemque contradictiones.
Quae ille omnia vitia con-
fidenter adeo nobis obtru-
dit, quasi Edicto Im-
perii cautum esset, ut
quidlibet adserenti, cre-
datur, ac praeterea eas
elegit denominationes,
quae plurimum inuidiae
habeant, veritus ille sci-
licet, ne sic non satis in-
cur-*

ten Beywörtern die nachdrücklichsten aus. Diese Art sich zu erheben ist so lächerlich geworden, daß Herr Seaner Gefahr läuft einer gewissen Classe von Gelehrten zugerechnet zu werden, welche wir um seines willen nicht mit ihrem eigentlichen Namen nennen wollen. Allein kan man wohl allen vernünftigen Leuten schimpflicher begegnen, als daß man sie zu der Zeit durch einen verachteten Kunstgriff blenden will, in der man bloß auf die Wahrheit siehet, und nichts ohne Beweis annimmt. Doch der Herr Professor wird über alle Fehler welche ihm vorkommen, einen Commentariolum machen, und man wird finden, daß er dieser Einladungs Schrift vollkommen ähnlich siehet.

Aus den Berlinischen Nachrichten von Staats- und Gelehrten Sachen No. 61. 1741. den 23. May.

currerent in oculos. Quod genus superbiae usque adeo ridiculum est, ut metuum homini, ne ei eruditorum classi accenseatur, quam suo nomine appellare ipsius causa nolo. Ceterum potestne maior contumelia fieri cordatis hominibus, quam si quis fumum iis vendere sustineat? ut in tanta saeculi nostri luce, quo ita studiose verum quaeritur, nihil ut probetur, quin idem certum demonstratumque sit. Quamquam quid multa, Segnerus enim quidquid vitiorum recurrerit singulari commentariolo complectetur, quem nos plane geminum huic programmati fore auguramur.

Haec sunt, quae adhuc scripto meo opposita vidi, eam quoque ob rationem excutienda, quod sunt, qui mihi male cupiunt, qui ingentem rebus meis calamitatem ex eo orituram ominantur; quibus

bus, quam futilem spes eorum nitatur, ostendendum est, quo moneantur, ut de solidioribus dispiciant. Ad id vero ante quam descendam, id mihi a lectore dari volo, auctorem censurae, quisquis est, mathematicarum tamen rerum peritia vlla tinctum existimari non posse. Id sane vniuersae scriptiois contextus abunde comprobatur. Generalia enim quaedam adfert, quae dicere aduersus eruditum quemque, ab impudentia non destitutus, quilibet potest, atque cum ad conuitia delabitur, primo disceptationis initio id facit, quod vero victis vltimum restat, uti aduersarium maledictis e statu deiicere conentur. Cum ego loca examinanda proposuerim cuilibet, cui satis ad id doctrinae est, ea, quorum si non omnia, multa tamen ita comparata sunt, ut, qui in iis vitia non perspexerit, ne prima quidem Geometriae elementa attigisse possit censeretur. Quorum vel vnum tueri se posse, si probabili aliquo ratiocinio euincere valuisset, etsi causae, cuius patrocinium suscepit, non multum attulisset commodi, meam tamen siue peritiam siue fidem vehementer labefactasset. Sint enim in scripto errores, quantumuis copiosi, ii-que doctori inter praelegendum omnino corrigendi, plures tamen, quam sunt, adferri a docto non possunt, a probo non debent. Nunc cum ne tentare quidem ullius eorum locorum defensionem audet, iisque relictis, eam personam induit, ex qua victi cognosci a peritis rerum aestimatoribus solent, si forte disputationis summam adsecuti non sint, de probabili quoque defensione eum desperasse existimandum est. Quod eo factum esse

se, quod ipse examinatis locis, reprehendenda utique esse perspexit, quia concedere censor non potest, nihil aliud relinquitur, quam propterea accidisse, quia ab his studiis plane alienus est. Quonam ergo nituntur spes eorum, qui mihi ad vera rectaque contendenti aduersantur? testimonio, quod de rebus mathematicis ille fert, qui mathematicum sese peritum esse si adfirmauerit, nihil aliud dixerit, quam, nihil a Mathematico pro iis, quae in programme notavi, scriptorum Wolfianorum locis adferri potuisse.

Iam vero eorum, quae mihi obiiciuntur, primum est, odium in Illustrem Wolfium, idque literarium, quod ita interpretor, non personam, sed doctrinam Philosophi me odisse, eamque mathematicam, nam de philosophia eius nihil unquam publice scripsi. Eo impulsus in eius Experimenta me praelegere instituisse, scripsisse ad eas praelectiones inuitationem, eique inferuisse erratorum catalogum, censor existimat. Existimat, inquam, non probat, neque probare potest: sed dicit tamen, eo vero dicto causae suae, quantum in se est, officit. Cum enim, aliquam rerum mathematicarum peritiam in me esse, ii iudicarint, qui Illustrissimis Consiliariis Regiis, nouam condituris academiam, me commendarunt, qui commendationem suffragiis suis adiuuarunt, quique scripta mea testimoniis suis prosecuti sunt, censor negare non potest, sic certe, ut fidem ullam mereatur, qui mathematicum prorsus ignarus est. Etsi ergo, quae dixi, testimonia humana sint, possitque aliquis in iis error subesse, aliquid datum fuisse amicitiae,

citiae, censor tamen aduersus ea dicere non ante potest, quam arbitrum adferat, itidem mathematicum, cuius iudicio nitatur. Id dum faciat, conceptam de me magnorum virorum opinionem mihi saluam relinquat, necesse est. Quae cum ita sint, cum doctrinam Illustr. Wolfii mathematicam me odisse censor dicit, id sane adfert, eam doctrinam odio haberi ab homine, cuius in his rebus aliqua videri possit peritia, certe nullam esse, nondum sit euictum. Qua re si non vehementer se causae suae nocere existimat, quod ne ipse quidem adfirmauerim, prodesse tamen nemo eorum iudicabit, apud quos vnus rerum, de quibus agitur, periti testimonium pluris est, quam infinitus suffragiorum numerus inter imperitos collectorum; vtrique, si caste is veritatem sectari, nulla cupiditate ductus, videatur, quod ego me conari profiteor, facere neglexisse hac in re, nec probatum est a quoquam, neque probabitur.

Enimvero neque odio Illustris Wolfii, vel odio doctrinae eius, conscriptum ab eo librum, in quem publice praelegerem, elegi, sed alias omnino ob rationes, quas vti dicam etsi nemo a me postulare possit, prodam tamen, postquam nullius hac in re mihi iudicium est verendum.

Ego Illustris Wolfii Experimenta vere aestimo, & inter eos libros numero, ex quibus profeci. Si non admiror stupidus, patiatur me censor meus laborum fructu vti. Admirari enim eorum est, qui vltra captum suum posita contuentur; quae illi in perfectissimorum classem referunt, eandem ob rationem, qua stellas a nobis non magis distare, quam lunam putamus, quia scilicet, cum neutrius distantiae mensuram oculis adsequimur, quod lunam inter & fixas intercedit interuallum cernere multo minus possumus. Ego
&

& meliores in eo genere libros noui, &, si adsequutus sum, quae in eo traduntur, rem sane non magnam praestitisse mihi videor. Sed tamen vtilissimum librum iudico discentibus, si intelligentis doctoris accedat explicatio, ob ordinem admodum concinnum atque claram explicationem earum rerum, de quibus praecipit. Accedebat, quod ex simplicissimis iisque satis adcuratis experimentis, vel quae certe adcuratiora reddi facile possunt, nulla supposita vniuersali doctrina, corporum leges deducat, quae cum vnica sit methodus, qua ad certam in his scientiam perueniri potest, harum rerum studiosis, medicis in primis, satis pro merito inculcari atque usu ostendi vix potest. Tum quod, si contra dicendum esset, quod molestum semper doctori, molestius auditori est, raro ab iis instructo adminiculis, vt vim eorum, quae contra adferuntur, percipere atque pondus plane possit, id ita fieri posse vidi, vt ab vna parte Philosophi libro, simplicissimo naturae opere collocato ab altera, ipsa luce sua sese verum proderet. Accedebat varietas grata laborum, & ille fructus, qui in ipsum doctorem redundat, si diuersorum auctorum cogitata ea adcuratione rimatur, quam praelectiones requirunt, tum sermo germanicus, quo opus conscriptum est, necessarium fere nostro aeuo malum, paucaque alia leuioris momenti, quae me ad librum eligendum impulere. In quo explicando, quemadmodum verfer, auditores iudicare nunc possunt, reliqui poterunt, si praelectiones in eum nostrae lucem vnquam adspexerint.

Programma autem necessitate impulsus scripsi, & quia id officii ratio exigere videbatur. Neque enim committendum est Professori, in id Regio munere constituto, vt iuuentutem optimis artibus imbuat, vt ab improbis hominibus confecto, vel incerto auctore teme-

re edito rumore, a gradu se deiici patiatur, eoque minus, quo magis persuasus est, vtilia a se disci posse: quam ego fiduciam tantum abest, vt in vitiis ponam, vt potius inter eos studiorum fructus numerem, ad quos remis velisque contendendum est. Quod cum suscipere, res vtique exigebat, vt comprobandi gratia, quae dixi, errores in Mathesi summi Wolfii aliquos adferrem, neque id, quod argumenti ratio postulabat, & sine quo probatio manca erat futura, odio imputari debet; eo minus, quo honorificentior est de auctore sermo, quo errores in humanitatem reieci, excusauique iisdem paene rationibus, quibus ipsum auctorem in praefatione Elementorum Matheseos videntem deinde vidi; tum quo spem prodidi, fore, vti conatus, quibus ad verum rectumque contendo, lubens atque beneuolus sit visurus. Qua in re quantum distet meum de Illustri auctore iudicium ab eo, quod censor meus ferre voluit, facile est perspicere. Ego cum supra humanam eum conditionem non eueho, id tamen facio, vt in eorum hominum numerum collocem, qui, cum eruditionem non ostentationis, sed communis omnium vtilitatis gratia quaerant, errores, quos euitare non potuere, detegi gaudent, tantum abest, vt aegre ferant, maiorem scilicet ducentes eam gloriam, quae e recte factis oritur, quam quae cogitatis vel subtilissimis debetur. Censor vero meus, cum odio tribuit, quod ego defendendi mei causa feci, aduersam Philosopho me rem fecisse innuit, quare non rei publicae studiosi, sed arrogantis nobis hominis imaginem pingit, ad suam referentis omnia gloriam, eaque dum mediis quibuscunque late propagetur, verane an falsa hauriant, quos docendos suscepit, parum solliciti.

Verum fortasse non ipsa ea, quae scripsi offendunt, sed

sed quod fidenter scripserim, quam ille iactantiam interpretatur. Quasi vero Mathematicum deceret de rebus, quas euidenter ipse percipit, parique euidentia perspicere quilibet alius potest, cui satis ad id ingenii est, haesitanter loqui, aut quisquam sit, qui ridendum eum non putet, qui numquam absque veniae praefatione dicere audeat, sibi videri, trianguli tres esse angulos. Verum censor meus, quid euidentia mathematica sit, parum, ut videtur, intelligit; id ergo ab eo quaeram, omnemne fiduciam vitium esse putet, vel an recte agere existimet eum, qui, quae vera esse perspexit atque in commune utilia, vel premit, vel timide profert, eaque re eneruat? Nos, qui communia sequimur, non magis veritatem prodi, mendaciorum iactantia, quam trepida veri professione, existimamus, qua in re si nobiscum sentit, perspicere iam potest, ea se mihi obiicere, quae laudi esse debent apud eos, qui vera me protulisse intelligunt; vituperari a nemine ante possunt, quam falsitatis arguantur, quod si fieri potest, per censorem tamen ut fiat, expectandum non est.

Sequuntur denominationes, quarum eas me selegisse censor dicit, quae plurimum habeant invidiae, quo melius, quae dicerem, incurrerent in oculos. Nimirum cum lectoris examini proponendi essent loci aliquot, ex quibus verane dicerem, an falsa, perspiceretur, neque ratio scripti permetteret, ut, qua potissimum parte locum quemque peccare existimarem, clare possem ostendere; id tamen agendum putaui, ut dicerem, qualem in quolibet loco lapsum inesse putem. Itaque loca in classes distinximus, quas censor meus adfert, & alias aliquas, quae classes vocabulis suis designandae fuerunt. Hac ergo in parte si quid peccaui, non mihi imputandum est, sed illis, qui

qui defendendi mei necessitatem obiecerunt, nisi forte sibi quidlibet in alios licere putant, tueri se aduersus eorum calumnias nemini licere. Iam autem vocabula ea seligenda erant, quae rem, quam possent planissime explicarent, nisi malletm terminorum loco finitionibus vti. Amat lucem veritas, tenebrae fictionibus relinquendae sunt, illam scripto illustrare qui instituit, conceptis mente rationum ponderibus, deinde nulli rei magis studere debet, quam vt eo sermone v. tatur, quo res quam minimo lectoris labore intelligantur distinctissime. Nihil ergo reliquum est, quod censor meus reprehendere possit, quam quod nominum loco maxime priorum, eorum finitionibus vsus non fuerim, si in eius incurrere nolit stultitiam, qui reum fecit aduersarium, quod totum telum non admiserit. Ego vero existimaui vocabulo eiusque finitioni cum idem sensus insit, vtrumque vel ferri pariter debere, vel si omnino offenderet vocabulum, definitionem non minus offensuram; eoque adeo vsus sum, quod scribendi compendium exegit. Inuidiam autem habere denominationes non eae dici possunt, quae ad rem quamlibet designandam vsu receptae sunt, verum illae, quae exaggerant; ego vero cum falsas dixi propositiones, quae omnino falsae sunt, nihil sum denominatione complexus, quod idem non rei insit, quod & de reliquis, quibus vsus sum, vocabulis intelligi volo.

Haec sunt fere, quae ad odium aduersus Matthesin Wolfianam pertinent, cuius insimulor; quae Matthesis si vera est, odio mihi esse non potest, quin vniuersam Matthesin oderim, cum vnius auctoris in his vere scripta ab iis differre non possint, quae tradita sunt ab alio; si ergo odio mihi est, Matheleos amanti, vera sane esse non potest.

Alterum

Alterum, quod aduersus scriptum meum obiicitur, est, argumenta in eo vetera & obsoleta adferri, Itane ergo quae vera sunt, vetustate fatiscunt, minusue ad conuincendum nunc valent, quae valebant ante viginti saecula? Obsoleta adferre non potui, si vera dixi; vetera me dixisse, dudum prolata ab aliis, in programme monui. Et ita est. Audiui de erratis Wolfianis in Mathematicis atque Physicis primo studiorum meorum tyrocinio. Vidi deinde aliqua ipse, postquam ad legenda Elementa Wolfiana, tanquam ad consulendum oraculum, accessi. Ab amicis accepi alia aliqua, quae ad nouam editionem accesserant, quam non legeram. Inter principes Germaniae atque Galliae Geometras ea de Mathesi Wolfiana iactari ex amicorum literis atque sermonibus intellexi, quae ego repetere nolo, ne forte negotium iis facessam, si probatio exigatur. Dixi ergo utique vetera, sed quid dixissem rationem exigenti, cur a Wolfiana Mathesi discedam? non opinor propterea id fieri, quia falsi nihil continet. Idem illud, quod dicere vnum poteram de eadem re quaesitus dixerit probus atque intelligens alius vel ante decennium, anne ego iisdem rationibus ad recta impelli non debeo, quibus alii sunt permoti? Videt ergo censor meus, vniversam controuersiam in id recidere, vera ne sint, quae scripsi, Wolfianam Mathesin erroribus refertam esse, an minus. Id ego aio, quem Matheseos peritum inficiari adhuc non potest: ipse negat, qui doctrina mathematica imbutus non est: vtri credendum magis putabimus? si autem sunt in Mathesi Wolfiana plurimi errores, iique dudum adnotati, non ego sane peccaui, qui recti verique causa omnino inesse denuo confirmaui. Verum illi hebetudinis notam euitare non possunt, qui demonstratos sibi non agnouerunt, malae fidei, qui agnitos dissimulant.

Tertium,

Tertium, quod alicuius momenti sit, est, me id, de quo lis est, non probasse, verum pro imperio, & quasi ex tripode Illustri Wolfio errores exprobrasse. Quaeso autem te, mi censor, an penitus non probasse rem dici possit aliquis, si ita non probauerit, ut tu quoque conuictus discedas? Ego vero probationem attuli, quae mathematico cuique abunde possit sufficere, reliquis rem adeo reddere veri similem, ut facere, quin adsentiantur, vix possint. Namque primum dixisse aliquid de rebus, quae verae sint, an falsae, facile constare atque euinci potest, aduersus Illustrum Wolfium (nam ei tu, quae scripsi, aduersa putas) ea, quam reprehendis, fiducia, probatio aliqua est, neque enim fides derogari publice, in re evidenti, cum periculo existimationis suae, aliqua adfirmanti facile potest. Deinde vero ad ipsius Illustris Wolfii testimonium prouocaui, quam ille prouocationem irritam reddere potuerat vel eo solo, si publice scripsisset, EXAMINATIS IIS LOCIS, QVAE NOTAVI, NIHIL SE IN IIS VITI DEPREHENDISSE; quod quia non fecit, hic mihi locus integer est. Tum geometras sententiae meae participes feci, vel ipse potius in eorum sententiam iui, quod tibi, qui calumnias esse putas, quae scripsi, ita interpretandum est, calumniarum mearum participes me fecisse viros celeberrimos, quod non ferrent profecto, si ipsi quoque me calumniatorem esse putarent. Tandem loca adscripsi, quae examinarent geometrae; qui ab his studiis alieni sunt, verene an perperam posita sint, a geometris discerent. Cuius argumenti probabilitas apud hos crescit, tempore labente. Neque enim cum tot sint in secta vestra, qui Matheseos peritiam iactitant, credibile videri potest, nullum ex iis fore, qui sese mihi opponeret, si falsa esse, quae dixi, posset euinci, maxime cum de rebus sermo sit,

ad quas penitus peripiciendas neque doctrina multa neque acumine opus est, tuaque haec censura abunde ostendat, quantopere cupiatis, uti falsa dixerim. Postremo probationem promisi vberiore, quam vos a me postulare decebat, si causae vestrae consideretis; & si dare non possem, tum vero neglectae probationis crimine me damnare. Verum dabo probationem hanc; quemadmodum daturus sim, deinde dicam.

Reliqua, quae a censore dicta sunt, aliquid aduersus me facere vix quisquam iudicabit. Sed quia, si ea modo tangere vellem, quibus aliqua vis probandi inest, vniuersum scriptum auctori suo relinquendum erat, haec quoque breuibus videamus.

Eorum primum est frigidum illud & tralatitium, nihil fuisse, quo programmatis plagulam explerem, nisi odium in eo aduersus Wolfium demonstrarem. Qua in re si curasset censor, ut verum diceret, inspiciendum fuerat aliquod eius generis scriptorum meorum, quae ante edidi. Verum argutuli hi veri rationem habendam non magis putant, quam vitae periculo impelli, quo contineret lepidum suo iudicio dictum, aliquis ex eorum numero olim potuit.

Quod vero dicit, sibi videri suspensionem aliquam multo deteriore me eo celasse, quod dixi, me pro Wolfiano non haberi, quae suspicio ne scriptiuncula mea augeatur, sese vereri; tum vero circulatoriam mihi iactantiam exprobrat, meque illi eruditorum classi accenset, quam adpellare quoque nolit; nihil sane censor meus facit in secta sua insoliti. Scio ego, o boni, hominis indocti atque eius, qui Wolfianus non sit, vocabulis eundem inter vos sensum esse. Scio ad eruditionis, & ad profundae quidem atque solidae eruditionis famam non aliud apud vos requiri, quam sectae vestrae, non ut sit aliquis, sed ut esse se dicat.

Re-

Reliquos omnes qui sunt, qui fuerunt, quique futuri sunt, etsi vtilium rerum multifaria cognitione imbutos esse, negare non possitis, doctorum tamen nomine non magis dignamini, quam sapientis titulo Stoici condecorarunt mortalium quemquam. Neque haec cuiquam in Germania ignota sunt, mihi vero minime, diu inter vos versato. Cum enim studiorum meorum tyrocinia in ea tempora incidissent, quibus res Wolfiana Ienae primum adolescebat, quidquid a iuvene aetate feruido neque indiligenti expectari poterat, ad eius incrementa contuli. Neque deinde sententias, quas cupide adeo arripueram, eodem tempore ex animo deleui omnes, verum sensim reieci, postquam de iis rebus adcuratius meditati, reuoluenti doctorum hominem volumina, amicorumque sermonibus atque litteris monito, minus minusque probabiles videri coeperunt. Itaque Wolfianus diu sum habitus, atque ab Historiae vestrae scriptoribus in vestrum numerum relatus. Poteram ego ea adpellatione frui, vestrisque illis laudatiunculis perpetuo gaudere. Neque enim, ne ex secta vestra excluderetis aetate maturiorem, quem receperatis haud inuiti iuuenem, mihi verendum fuit. Sed tamen a vobis discedo, nomenque indocti, circulatoria vtentis iactantia, ad quam non eruditorum classem accensendi, prae adpellatione viri magni praefero, quam sane adeo caro non venditis, vt ego arrogans scilicet, quique me vanis artibus inferre conor, itidem sperare non potuerim. Quaenam eius rei ratio subest? num in ea vniuersitate viuo, in qua Wolfiani nomen alicui obsit; vel quaenam demum offertur spes, cum ea comparanda, quam inter vos reliqui? Videtisne iam, quomodo censor meus causam vestram traducat? Efficit enim ipsis maledictis suis, vt vero simile videri debeat id, quod plane sciunt, qui me pe-

nitus norunt, vnam fuisse veri vim, maturiore iudicio a me penitus perspecti, quae ad id me adegit, vt a vobis recederem. Dixi de ea re superius, nec dicta repetam. Illud vnum addam, quo censores meum moneam, de excusatione vt cogitet, qua consciam factorum mentem sopiat, si forte ad examen olim revocarit, quae ab eo dicta modo repetii. Sim enim iactator, circulator, & quid non his deterius. Ille tamen qui mathematicus non est, me esse scire non potuit, neque minus peccavit, quam si viro male dixisset, in eo virtutis atque eruditionis gradu constituto, ad quem etsi me peruenturum esse desperem, contendendum tamen omnibus viribus puto.

Iam vero cum artibus iis meis neminem persuasum iri putat, vaticinatur, non disputat. Verum relinquamus ea, quae futura sunt, atque de iis videamus, quae facta sunt, vel quae fieri par est. Eorum cur me poeniteat, rationem adhuc nullam vidi, quod vero ab homine fieri in hac hac causa, officio debuit, id fuit, vt candidus verum profiteretur atque intrepidus: multis vt persuadeat, an paucis, an vlli omnino, id vero neque in potestate eius est, neque vt efficiat, postulare quisquam potest.

Superbia deinde, qua me infero, eo scilicet nititur, quod cum errores aliquos Wolfianorum notavi, rem praestiti, quam ipse mediocris mathematici opus dixi in programme, & nunc quoque repeto, ne quis magni putet. Fumum autem vendo, loca quae mihi emendanda videntur, accurate notata, digestaque in classes suas, cuiusque doctorum cum expono examini, dumque eorum declarationem ultro offero: sed ohe iam satis est!

Restat, vt de vberiori probatione dicam eius, quod in programme positum reprehenditur. Quod cum ita
me

me facere instituisse cenfor meus dicit, vt, quidquid vitiorum occurrerit, singulari commentariolo completar, ad ea, quae promisi, parum fuit attentus. Index enim erratorum, quantumuis amplius, non maioris vsus fuisset, quam ille, quem dedi, quo indicata loca qui non perspiciunt, eos neque cetera eodem modo designata intellecturos est putandum. Illustratorum ergo me dixi, verum non omnia, quae occurrerint, loca, quod commentariolo fieri non potest, sed aut ea omnia, quae programmate strictim notauimus, vel eorum tamen partem aliquam, daturumque operam vt alia iis accedant, quae tum praetermissa sunt, vel vnum etiam, aut alterum scriptorum caput ad Geometriae examen reuocaturum. Neque enim promissis me alligare, antequam laborem inchoarem, arcte volui. Quae tamen ita promisi iam, quia aliter fieri nequit, praestabo. Duo sumam Geometriae Illustris Wolfii capita, eaque perpetua crisi prosequar. Definitiones erroneae aut Propositiones falsae si occurrerint, aduersus eas non ratiocinio pugnabo, sed experimentis. Ostendam figuras, aut instrumentorum quorundam admodum simplicium vsus, quibus errorem perspicere ii etiam possint, qui a Geometriae penitiori cognitione alieni sunt. Aliquando tamen & absurdas consequentias ex iisdem propositionibus deducam, quo minus de earum falsitate possit dubitari. Demonstrationum vitia non aliter, quam ratiocinio, detegi possunt. Quod quibusdam in locis difficilius paullo visum iri auguror iis, qui his rebus non plane sunt adsueti, qui ipsi tamen reperient loca, quae intelligere nullo negotio possint, dummodo primas linearum rectorum & angulorum proprietates teneant. Atque hi monendi sunt, vt, si forte non omnia adsecuti in crisi aliqua fuerint, nihil esse, vt ea re a reli-

quarum lectione deterreantur. Neque enim, quemadmodum Geometrarum propositiones inter se connexae sunt, examina quoque earum cohaerere possunt, sic ut, nisi intelligantur, quae antecedunt, consequentium intellectus raro ullus sit. Verum tamen haec quoque ordine legere praestat. Examen autem, quod dixi, demonstrationum plerumque ita suscipiam, ut fontem erroris detegam, aliquando tamen & erroneam propositionem eodem ratiocinio euincam, quo Illustris auctor veram confirmare conatur. Circa methodum pauca monebo, sed tamen aliqua, quae Geometrae, vel quibus naturalis in his ingenii sagacitas est, facile intelligent, qui ab utroque destituti, a Logicis sibi ratiociniorum praecepta discenda putarunt uti intelligant, vereor. Ceterum abstinebo ab omnibus iis, quae in Illustrem auctorem videri possunt iniuria, & crises potius siccas dabo, quam ita acres, ut, male dicta male dictis opponere velle, possim videri. Si tamen alicubi vel admiratio, vel amor in Mathesi meus, vel quid simile, quod mihi cum omnibus hominibus commune est, exprefferit, quae duriora videri possint, ab iis iudicium benignum exspecto, qui apud se, ante quam me accusent, voluerint examinare, quidnam facturi forent, eodem quo ego sum loco constituti. Nam profecto audit Illustris Wolfius, quibus modis sui isti, hominibus nihil tale promeritis, occurrant, videt, tacet, atque nisi adsentitur, patitur tamen, uti fiducia auctoritatis suae eorum crescat audacia. Itaque magnum eum Virum non aliter oppugno, quam tamquam vallum, quod non nullo- rum impudentia sibi praestruxit.

Ceterum, cum cuiuslibet iudicio haec lubens submittam, qui examinare velit, dedi operam, ut quam minimo labore, quantum probationibus meis ponde-

ris insit, possit perspicui. Itaque textum Illustris auctoris integrum recudendum curavi, vtraque Elementorum editione collata; quod tamen capite modo prior facere necesse fuit, cum id, quod sequitur, ad novam editionem accesserit integrum. Quae ergo in capite illo nova editio habet, vncis inclusa sunt vel vniuersa, vel numeri solum articulis praepositi; vnde si articulo numerus praepositus sit nudus, eum veteris editionis esse, nec in nouam translatum, indicium est. Si nudus cum alio vncis incluso articulum praecedat, in vtraque editione haberi; &, si articulus numero vncis incluso insignitus solo sit, ad novam accessisse editionem, cum in veteri desideretur. Eadem obseruata sunt circa voces in medio sermonis, quae &, quoties opus fuisse visum est, alio charactere expressae habentur.

Errores typographici, quos obseruauimus, correcti sunt partim in ipso contextu, partim in crisi subiuncta. Sed propositiones probandi gratia ex noua tantum editione citatae sunt, & numeri veteris editionis cum iis permutati, quibus eadem propositio in noua designatur. Quin vt illi, quibus volupe fuerit, ad propositiones eas inter legendum recurrere, facilius possint, subiunximus eas omnes in fine, sermone, quantum fieri potuit, Illustris auctoris, quia semper fieri non potuit, cum ad figuras saepe referretur, quas recudendas curare operosum fuerat, fide tamen quam fieri potuit maxima, aliter expositas; iisque praefiximus numeros vtriusque editionis, quibus designantur: sed hic veteris editionis numeri vncis inclusi sunt. Figuras adiecimus quae ad textum pertinent omnes, in quibus delineandis id potius studuimus, vt quam clarissime, minimoque lectoris labore omnia perspicerentur, quam vt auctoris

typos exacte referremus; qui & si quae omisit, vel minus apte delineavit, adiecimus, vel emendare sumus conati. Cumque figuris Geometriae & aliae addendae fuerint, quibus crises nostrae declararentur, has quidem illis interspersimus, distinximus tamen numero romano, quo notantur, cum illis communes numeri sint adscripti.

Supereſt ut dicam quomodo aduerſus eos me gere-
re decreuerim, qui aliquid his forte reſcripſerint. Si
ſi Geometriae imperiti fuerint, tacebo penitus, ne-
que enim aduerſus eos agendum porro puto, quibus
diſcenda ſunt elementa, antequam ea, quae aduer-
ſus ſe dicuntur, vel intelligere poſſint. Itaque iis,
qui ſimili ſtilo uti voluerint, quo cenſor in me inue-
ctus eſt, campus liber relinquitur, quo quantum in
eo genere valeant, poſſint experiri. Geometriae er-
go peritos eſſe necelle eſt, qui aliquod a me reſpon-
ſum exſpectare poſſint, vel vere, vel ſua certe & vul-
gi opinione. Illorum aliquis, in meis his obſerua-
tos lapſus, a quibus me immunem non eſſe nimium
ſcio, ſi corrigere dignatus fuerit, adſentum quidem
non promitto; neque enim geometra contra dicente
de rebus geometricis, adſentiamur ne an minus, in
potestate noſtra poſitum eſt, cum blanda illi vi menti-
bus adhibita, in ſuas intelligentes partes pertrahere
vel inuitos ſoleant: illud, quod in potestate eſt, me fa-
cturum ſuſcipio, ut, maximi in beneficii loco repositam
eius operam, nunquam e memoria excidere patiar.
Sed ab hac quidem parte, ſi forte in minutioribus qui-
busdam haesiſſaui, vel eorum cauſſa, quibus haec po-
tiſſimum ſcripta ſunt, ad prima deſcendere, nolui,
quae perſpicere ii ſolum poſſunt, qui multum in Geo-
metriae ſtudio verſati ſunt, quoad capita tamen cauſſae
me ſecurum exiſtimo. Superſunt ii ſoli, qui vana
per-

persuasione perspectae penitus Geometriae, cuius vix elementa prima tenent, sibi blandiuntur, quorum hodie ingens est numerus. Aduersus hos, si contra scripserint, ita agam, vt vel reducere in viam tentem, si bona fide in errore versari putauero, aptos, qui meliora discant; sin instituto turpi aduersus me insurrexisse iudicauero, dabo operam, ne bonae causae apud eos noceant, qui aliquam harum rerum peritiam in iis inesse putant. Itaque non quidem rationibus, quas pauci admodum perspicere penitus possunt, sed eorum virorum testimoniis, quae scripsi, confirmare conabor, quorum fidem atque perspicaciam in dubium reuocare, quantumuis impudens, nemo possit. Confido autem Viros celeberrimos, quos harum disciplinarum antistites veneramur, daturos id, non mihi quidem, quamuis famae succurrere hominis ignoti etiam, sed indigna passi, semper pulcrum sit, atque geometrico candori conueniens; mihi tamen daturos si sperare non audeo, daturos confido scientiis, quas ornant, vt quantum in his, quae scribo, veri inesse putent, si opus fuerit, publice declarare non dedignentur. Verendum enim est, ne vniuersas Germaniae scholas tetra barbaries postliminio occupet, nisi pudendis artibus, quarum censor meus specimen insigne dedit, omnibus viribus obsistatur.



Cic. de inuent. II, 2.

*Stultitia est, aut a bene inuentis
alicuius recedere, si quo in vitio
eius offendimur, aut ad vitia quo-
que eius accedere, cuius aliquo bene
praecepto ducimur. Quod si in ce-
teris quoque studiis a multis elicere
homines commodissimum quodque,
quam sese uni alicui certo vellent
addicere, minus in arrogantia of-
fenderent; non tantopere in vitiis
perseuerarent; aliquanto levius ex
inscientia laborarent.*

CRISIS PERPETVA

IN

DVO CAPITA

GEOMETRIAE

ILLVSTRIS WOLFII.

CRISIS PERPETUA

IN

DVO CAPTA

COMETRIA

ILLUSTRISSIMO

CRISIS

PARS POSTERIOR ELEMENTA GEOMETRIAE SOLIDAE PROPONIT.

CAPVT I.

DE

PRINCIPIIS GEOMETRIAE SOLIDAE.

Definitio 1.

421 [444] **S**olidum [siue corpus] est magnitudo tribus dimensionibus praedita, seu extensum in longitudinem, latitudinem atque profunditatem.

Definitio 2.

422 [445] Angulus solidus B est plurium Fig. 6 quam duarum linearum AB, BC, BF in eodem puncto B concurrentium, nec in eodem plano constitutarum ad omnes inclinatio.

Corollarium 1.

423 [446] Ergo angulus solidus B pluribus quam duobus planis in eodem plano non constitutis ABF, FBC, CBA continetur.

Corollarium 2.

424 [447] Quoniam adeo tres minimum lineae ad angulum solidum constituendum requiruntur (§. 445); tres minimum anguli plani, ad solidum constituendum necessarii.

Scholion 1.

[448] Vnde etiam *angulus solidus* definitur, quod sit is, qui pluribus quam duobus planis angulis in eodem plano non consistentibus, ad idem tamen punctum constitutis, continetur

Corollarium 3.

Corollarium 3.

425 [449] Vt anguli solidi sint aequales, angulis planis & multitudine & magnitudine aequalibus ac eodem ordine dispositis contineri debent (§. 15. Arithm.).

Scholion 2.

[450] Suppono scilicet, vt anguli solidi salua quantitate sibi mutuo substitui possint, eos intra se inuicem positos congruere debere: quemadmodum etiam *anguli solidi aequales* vulgo definiuntur, quod intra se inuicem positi congruant.

C R I S I S.

Propositio corollarii tertii prout scripta est, si intelligatur, vt scilicet sensus sit, eos angulos solidos, qui aequales sunt, angulis planis numero & magnitudine aequalibus contineri, eodem ordine positis, omnino vera est: sin conuertatur enuncieturque hunc in modum: *anguli solidi, qui angulis planis, & multitudine & magnitudine aequalibus, continentur, eodem ordine positis, sunt aequales*, oppido falsa fit. Si enim angulus solidus sub pluribus quam tribus angulis planis contineatur, plura etiam ad id requiruntur, vt angulo solido alii aequalis sit, quam quae adlata sunt, aequalitas angulorum planorum in vtroque solido, aequalis eorum vtrinque numerus, atque idem ordo, quo positi sunt.

Quod qui & absque Geometriae subsidio clare perspicere vult, describat in charta circa punctum C quatuor triangula ABC, BCD, DCE, ECF, quorum anguli apud C quantumuis magni sint, dummodo simul sumtis aliquid a quatuor angulis rectis desit, atque inter extrema latera angulus aliquis ACF relinquatur, qui ad quatuor illa triangula non pertineat. Angulos triangulorum apud C non multum inaequales faciat, vel, quo minus erret, plane aequales, sumatque etiam latera CA, CB, CD, CE, CF, inter se aequalia. Triangula ita in charta descripta circa latera CB, CD, CE complicit, atque latus CF lateri CA glutine iungat, qua re angulum solidum obtinebit C,

C, siue ABDCEF, a quatuor illis planis angulis com- Fig. II
 prehensum. Iam vero solidi anguli latera, triangula
 scilicet ACB, BCD, DCE & ECF circa rectas CA,
 CB, CD, CE mobilia erunt, quod vel experimento pa-
 tebit, si digiti duobus punctis oppositis A & D, vel
 B & E admoueantur, eaque puncta versus se mutuo
 premantur, aut distrahantur in diuersa. Dimotis au-
 tem sic angulis planis, solidi anguli quantitas eadem
 manere non potest, neque angulus solidus angulo so-
 lido alii, ex iisdem planis eodem ordine positus, con-
 structo, perpetuo congruere. Qua de re si quis du-
 bitet, duos angulos solidos ex iisdem planis eodem or-
 dine positus, ubi confecerit, experimento reddi pot-
 est certior, si eorum vnum intra alterum ponere ten-
 tet. Eadem de angulis solidis, quinque vel pluribus
 angulis planis terminatis, vera esse, facile perspici-
 tur. Vnde consequitur, aequalitatem angulorum so-
 lidorum non ab aequalitate modo angulorum plano-
 rum quibus continentur, atque ab ordine, quo hi po-
 siti sunt, pendere, verum ad eam praeterea requiri,
vt inclinationes planorum, quibus continentur, aequales
sint. Vt, si angulum solidum quis construere velit,
 angulo solido C siue ABDCEF, aequalem, voti com-
 pos futurus non sit, si satis habeat figuram construxisse,
 figurae I. similem atque aequalem, atque ex ea, quemad-
 modum diximus complicata, angulum solidum effinxisse.
 Requiritur praeterea, vt explorata inclinatione plani
 ACB ad planum BCD, plana, quae his in angulo
 construendo respondent, eodem modo ad se mutuo
 inclinet, quo ACB inclinatur ad BCD, idemque cir-
 ca inclinationes reliquorum planorum, nisi quae ex
 aliis necessario determinantur, obseruet. Aliter res cum
 angulis solidis, qui a tribus planis comprehenduntur,
 comparata est, in quibus inclinationes planorum ad
 se

se mutuo a magnitudine angulorum planorum quibus comprehenduntur, pendent, qua re efficitur, ut anguli solidi, qui a tribus planis magnitudine aequalibus, atque eodem ordine positis, includuntur, semper congruant: perinde atque triangula, quorum aequalia sunt latera, quia in triangulis quoque aequalitas angulorum ab aequalitate laterum oritur. Cum e contrario anguli solidi quatuor pluribusue planis terminati non secus sese habeant, quam figurae quadrilaterae, vel polygonae, quorum angulorum magnitudo a magnitudine laterum nequaquam pendet. Verum, ut dictum est, haec aduersus Propositionem Corollarii tertii non pugnant, nisi conuertatur. Conuerti autem eam in hac Geometria mox adparebit.

Quod ad Scholion 2 attinet, dubito, an ii modo anguli solidi aequales dicendi sint, qui congruere possunt, cuius sententiae rationes paucis declarabo & quam fieri poterit, clarissime. Ex tribus angulis planis ACB, BCD, DCE componatur angulus solidus, quemadmodum ex quatuor componi posse diximus. Sumantur autem anguli hi inaequales, caeteraque hic ea lege fiant, ut triangulo BCD manente prouti situm est, adiacentia ei triangula ACB, ECD in sublimem eleuentur, quo rectae CA, CE, postquam in vnam coierint, supra planum trianguli BCD cadant. Deinde vero ex eadem figura ABDEC, vel ex alia ei simili, similiter posita & aequali, alius formetur angulus solidus, verum id fiat triangulo quidem BCD nunc quoque in situ manente, reliquis vero duobus ACB, DCE in inferiora replicatis, sic ut coincidentes in angulo solido rectae CA, CE infra planum trianguli BCD habeantur. Hunc in modum efformati duo anguli solidi pro aequalibus, opinor, a quolibet habebuntur, sed tamen intra se positi nullo modo congruent, ut consideranti, vel si opus

pus fuerit, rem experimento tentanti, patebit. Idem de angulis solidis quibuscumque aliis, quocumque angulis planis terminentur, dicendum est. Vnde consequitur, ut omnes quidem anguli solidi, qui congruunt, aequales habendi sint; sed non omnes, qui congruere nequeunt, inaequales: perinde atque triangula, quae congruunt, aequalia quidem sunt, at non omnia triangula, quae non congruunt, inaequalia. Anguli ergo solidi aequales per id, quod congruere possint, non rectius definiri videntur, quam triangula aequalia.

Corollarium 4.

426 [451] Cum anguli solidi distinguere nequeant nisi per planos, quibus continentur (§. 448; ubi plani & numero, & magnitudine aequales ac eodem ordine dispositi fuerint, non discernuntur solidi nisi per compraesentiam [ea coincidunt per quae a se inuicem distinguere debent]. Sunt ergo similes (§. 24 Arithm.), consequenter anguli solidi similes sunt aequales & contra (§. 449).

C R I S I S.

Si ratiocinia ab hoc corollario separet, relinquitur propositio: *anguli solidi, ubi plani, quibus continentur, & numero & magnitudine aequales ac eodem ordine dispositi fuerint, sunt aequales*; quod est adsertum, quod erroris damnavimus. Quod autem diximus ipsam illam propositionem in hac geometria conuertere, ex citatione huius corollarii, atque ex ratiocinio patet, quod tale est: Anguli solidi sub planis numero & magnitudine aequalibus ac eodem ordine positos comprehensi sunt similes; sed iidem etiam aequales sunt (§. 449), ergo, qui similes, sunt aequales. Ut adeo, si propositionis eius (§. 449) sermo ferri potest, sensus tamen, quem ei tribuisse Illustrem auctorem iam manifesto patet, excusari non possit. Caeterum verum est, angulos solidos, qui similes sunt, esse etiam aequales & contra. Sed cum ii, qui his articulis describuntur, aequales necessario non sint, poterunt quoque esse dis-

similes. Vis fontem erroris? anguli solidi non per magnitudinem modo angulorum planorum, quibus comprehenduntur, per horum numerum, perque ordinem, quo positi sunt, distingui a se inuicem queunt, verum per inclinationes quoque mutuas planorum, in quibus anguli ii plani descripti sunt, quod ex dictis clarum esse videtur.

Corollarium 5.

427 [452] Si anguli plani in eodem puncto concurrentes confluant summam 360 graduum; planum circuli sternunt [§. 41. 59] adeoque solidum [angulum] non constituunt [§. 446]. Quare summa eorum, qui ultra solidum non assurgunt, quatuor rectis seu 360° [§. 144] minor esse debet.

Definitio 3.

428. [453.] *Corpus regulare* est solidum planis regularibus & inter se aequalibus terminatum. Reliqua [corpora] dicuntur *irregularia*.

Scholion.

[454] Corpora regularia dicuntur etiam *Platonica*, propterea quod *Plato* in *Timaeo* corpora, quae statuit, simplicia, caelum puta, ignem, aërem, aquam atque terram cum iisdem comparat.

CRISIS.

Sed solida planis regularibus & inter se aequalibus terminata non sunt omnia corpora Platonica, siue, ut alias dicuntur, regularia, quorum tantum quinque sunt, quae enumerantur huius Geometriae §. 530, cum solidorum, quae hic definiuntur, infinitus sit numerus. Quod ut pateat, sint duo tetraëdra ABCD & BCDE, aequalia, atque adeo triangulis aequilateris aequalibus terminata, ita composita, ut basis BCD tetraëdri ABCD congruat basi BCD tetraëdri BCDE. Habebitur ergo corpus ABCDE sex triangulis regularibus inter se aequalibus terminatum, quod tamen in numerum corporum regularium Geometrarum nemo admittit.

admir

admisserit. Huic iam corpori ABCDE si aliud quodcunque corpus, pariter triangulis regularibus atque triangulo ABC aequalibus terminatum, eodem modo adglutines, quo tetraëdron ABCD tetraëdro BCDE iunctum fuit, nova orietur corporis planis regularibus & inter se aequalibus terminati figura; nouo ex eo genere corpore addito in aliam denuo mutanda, neque eius rei finis ullus est. Patet ergo, deficere in definitione aliqua, angulos scilicet corporis solidos aequales esse debere, aut aequali omnes angulorum planorum numero terminari, vel quid simile. Adcurate, id est, more suo perspicacissimus HAVSENIUS corpora regularia definit esse, *quae sub aequalibus similibus & regularibus figuris planis, angulos solidos aequales comprehenduntibus, continentur*, in Elementis Mathematicis vere mathematicis.

Corollarium

[455] Cum quilibet angulus corporis regularis angulis planis & numero, & magnitudine aequalibus contineatur [§ 453], omnes anguli corporis cuiuslibet regularis aequales sunt [§. 449].

C R I S I S.

Hoc corollario, quod nos in definitione poni debuisse diximus, concluditur, tanquam consequens ex definitione, duabus propositionibus, quarum vtraque falsa est. Neque enim in definitione [§. 453] habetur, quemlibet angulum solidum corporis regularis angulis planis numero aequalibus contineri: neque ex eo solo, quod anguli plani, solidos comprehendentes, & numero & magnitudine aequales sint, solidos quoque aequales esse, consequitur, propter ea, quae ad §. 450. notauimus.

Definitio 4.

429 [456] Si figura rectilinea ACB iuxta ductum lineae rectae AE motu sibi semper
Fig. 1
C 2
pa-

parallelo deorsum feratur, *Prisma* ABCFDE describit: [& quidem *rectum*, si linea directrix AE fuerit ad planum describens perpendicularis, *obliquum* vero, si ea ad idem fuerit obliqua. In specie *Prisma* dicitur *triangulare* siue *trigonum*, si planum describens fuerit triangulum; *quadrangulare*, si fuerit figura quadrilatera, & ita porro].

CRISIS.

Ad hanc definitionem obseruo. 1. Ostensum adhuc non esse, quae plana parallela sint, cum his non intellectis distinctam prismatis ideam haurire nemo possit. Quin in prima editione parallelorum planorum definitio penitus desideratur, in altera longo demum interuallo hanc sequitur §. 498.

2. Non sufficere ad prismata generandum, ut figura plana iuxta ductum rectae alicuius motu parallelo incedat. Nisi enim & latera figurae parallele moueantur, prisma sane non describetur, sed corpus aliquod cochleae in modum contortum, vel aliud simile, quale figura V vtcunque delineare studuimus, & quilibet sibi fingere potest, si triangulum ABC interea, dum A in recta AE incedit, rotari quoque circa hoc punctum ponat, ita tamen, ut situm triangulo ABC parallelum semper seruet, sicque tandem in DEF requiescat, cuius figurae DEF planum plano ABC parallelum sit, etsi latera DE, EF, FD illius lateribus CA, AB, BC parallela non sint. Huius inquam figurae corpus, motu in definitione descripto, oriri potest, neque enim parallelismus laterum figurarum a parallelismo ipsarum figurarum pendet, secundum communem saltem loquendi usum, quo situ planorum determinato, situs tamen linearum in planis ductarum qui-

quicunque intelligi potest. Verum disputationes de vocabulis, nulla definitione explicatis, finem raro fortiuntur, quippe quae pro arbitrio in hunc illumve sensum trahi possunt, qua re admoneor, ne de his plura dicam.

3. Definitam non esse rectam plano perpendicularem, quae ad prismatis recti genesis requiritur, quod ego cum primum viderem, vehementer miratus sum, cui in memoria haerebant aliquae ex primis Illustris auctoris definitionibus, dignae profecto, quae hic repetantur:

[§. 85] Opponi dicuntur, e quorum vno ad alterum perpendicularem ducere licet. [§. 35] Latus est linea, quae est pars perimetri figurae superficialis. [§. 112] Basis figurae est perimetri pars ima. [§. 114] Vertex figurae est vertex anguli basi oppositus.

Corollarium 1.

430 [457] Quodlibet adeo prisma habet duas bases oppositas Fig. 4. ABC & EDF aequales, & circumcirca terminatur tot parallelogrammis, quot basis latera habet. Est enim AC ipsi ED parallela atque aequalis *per hypoeb.* Ergo & AE parallela ipsi CD [§. 257], consequenter ACDE est parallelogrammum [§. 102]. [Et idem eodem modo de ceteris planis lateralibus ostenditur].

Corollarium 2.

431 [458] Plana sectionum prismatis basi ACB parallela factarum sunt inter se aequalia. Aequantur enim plano describenti ACB [§. 456 Geom. et §. 81 Arithm.], ergo & inter se aequalia sunt [§. 87 Arithm.].

Definitio 5.

432 [459] Si planum describens ABCD Fig. 6 fuerit quadratum & linea dirigens AE lateri eius AB aequalis, atque angulus BAE rectus; *Cubus* describitur.

CRISIS.

Nouum sane cubi genus, sedem praebituri admodum instabilem, ac constantiae symbolo prorsus ine-

Fig.
VII

ptam. Quem qui oculis vsurpare velit, quatuor quadrata ABCD, CDHG, GHEF, FEAB iungat eum in modum, quo iuncta in figura repraesentantur: quadrilatera vero BFGC & AEHD, si forte, iunctis ut diximus quadratis, & ipsa quadrata euaserint, admotis ad se propius punctis oppositis B & G, in rhombos vertat, quod fieri posse per quadrata circa AB, DC, HG & EF mobilia, facile perspicitur; sic quidem, ut punctis B & G quantumvis prope ad se inuicem admotis, vel contra a se recedentibus ad distantiam summae rectarum BC & CG fere aequalem, BFGC, eique oppositum AEHD rhombi fiant quorumvis angulorum. Dico corpus ita constructum cubum fore hoc loco definitum. Est enim ABCD quadratum, eique parallelum quadratum EFGH, suntque & latera huius quadrati lateribus illius parallela. Praeterea vero recta AE lateri AB aequalis est, atque angulus BAE rectus: habetque adeo corpus quatuor quadratis AC, EB, EG, HC, duobusque rhombis quibuslibet AH, BG, terminatum, omnia ea, quae definitio cubi requirit. Non immorabor in detegendo erroris huius fonte, de quo fuse in posterum dicendum erit, quo facto iudicari poterit, per quam incuriam haec Illustri auctori excidisse, dici cum aliqua veri similitudine possint.

Corollarium 1.

Fig. 6

433 [460] Cubus terminatur sex quadratis inter se aequalibus: est enim $ABCD = EFGH$ [§. 459 Geom. & §. 8 Arith.] Cumque ex eadem ratione AB & EF sint inter se aequales atque parallelae, *angulusque A rectus*; erit $E = A$ [§. 222], *adeoque similiter rectus* [§. 139]; [& BA ad AE perpendicularis; erit etiam AE ad EF perpendicularis [§. 230]], consequenter ABFE quadratum [§. 338], ipsi ABCD aequale [§. 374]. Eodem modo ostenditur, reliqua plana terminantia esse quadrata ipsi ABCD aequalia.

C R I S I S.

Ad hunc locum quod moneam nihil noui habeo: defidero autem demonstrationem, qua euincatur, FC quoque eique oppositam figuram ED quadrata esse, quas per definitionem rhombos esse posse vidimus. Eam si tentasset Illustris auctor, perspexisset fortasse definitionis suae vitium.

Corollarium 2.

434 [461] Plana sectionum basi parallele factarum sunt quadrata ipsi aequalia [§. 459 Geom. & §. 81 Arith.], consequenter etiam aequalia inter se [§. 87 Arith.].

Definitio 6.

435 [462] Si planum describens IKLM fuerit parallelogrammum; *Parallelepipedum* describitur. Fig. 8

C R I S I S.

Definitio Parallelepipedi definitione cubi natura prior est. Est enim genus prisma, huic subordinatum parallelepipedum, cuius species est cubus, ad quod ut attenderet lector, ordo definitionum efficere poterat.

Corollarium 1.

436 [463] Plana sectionum basi parallele factarum sunt parallelogramma ipsi aequalia [§. 81 Arithm.], adeoque & aequalia inter se [§. 87 Arith.].

Corollarium 2.

437 [464] Cum LM & NO sint aequales & inter se parallelae [§. 462 G. & §. 81 Arith.], etiam MO & LN aequales sunt & parallelae [§. 257], consequenter LMNO parallelogrammum [§. 102]. Eodem modo ostenditur, plana terminantia reliqua esse aequalia [esse parallelogramma]. Terminatur adeo parallelepipedum sex parallelogrammis, quorum bina opposita inter se aequalia sunt.

C R I S I S.

Hoc corollario nihil penitus continetur, quod iam ante dictum non fuerit, praeter illud solum, parallelogramma opposita aequalia esse. Cum enim [§. 457]

ostensum sit, prisma quoduis circumcirca parallelogrammis terminari; parallelepipedum vero esse prismatis speciem, cuius bases quoque sint parallelogramma, per definitionem innuatur; utique per se patet, parallelepipedum undique parallelogrammis terminari. Caeterum quod in veteri editione dicitur, parallelogramma, quae parallelepipedum terminant, *aequalia* esse, vel correctoris error est, vel per incuriam excidit, neque vitio vertendum.

Definitio 7.

Fig. 9 438. Si parallelogrammum CBEF circa latus unum CF gyretur; *cylindrum* describit: *rectum* quidem, si CBEF rectangulum aut quadratum; *scalenum*, si rhombus vel rhomboides.

CRISIS.

Fig. X Si parallelogrammum circa aliquod laterum suorum rotetur obliquangulum, rhombus scilicet vel rhomboides CBEF, cylindrus sane non describetur, sed corpus compositum ex cono recto ABC, & ex cylindro ABED conice excavato in DEF, quod cauum cono ABC aequale est. Verum nova editio hunc errorem eiecit cum aliis quibusdam, cui ergo diutius immorari non decet. Illud facere non possum, quin arrepta occasione, qua ipse magnus Wolfius, cum scripta sua emaculat, errasse se confitetur, sectatores viri, per quos vulgaribus nobis mathematicis ultra eius oracula sapere non licet, obnixè rogitè, ut tandem indicent, quonam tempore philosophus infallibilis esse coeperit, eiusque facti epocham exactam constituent. Ni fecerint, verendum scilicet est, ut miseri per imprudentiam labamur saepius, atque in humanorum scriptorum classem referamus, tum de-

mum

num ab eo edita, postquam supra humanam conditionem euectus fuit; non nostra quidem, sed eorum culpa, qui salutaria docere dedignati sunt. Eiusdem conditionis est definitio coni obliqui superioris editionis, quem Illustris auctor reuolutione trianguli obliquanguli generat, eaque nouum precibus meis pondus addit; quorum compos vt fiam dum expecto, interea nouas earundem rerum definitiones videamus.

Definitio 7.

[465] Si circulus AB iuxta ductum rectae AD motu sibi semper parallelo deorsum feratur, *Cylindrus* describitur; *rectus* quidem, si recta CF centra basium C & F iungens, quae *Axis* dicitur, fuerit ad diametrum DE perpendicularis; *Scalenus* vero, si ad angulos obliquos eidem insistat. Quod si parallelogrammum rectangulum CBEF circa latus vnum CF gyretur, *cylindrum* describit *rectum*.

C R I S I S.

Definitioni cylindri scaleni siue obliqui erroneae non minus erronea hic substituitur. Superiori editione pro cylindro corpus exhiberi vidimus a cylindro obliquo toto coelo diuersum; noua *cylindrus obliquus* ita describitur, vt *obliquus esse cylindrus nullus possit*, sed omnes cylindri sint recti. Sit enim circulus in plano descriptus ABC, cuius centrum sit D, punctum autem extra planum circuli in sublimi vbicunque datum E. Adplicetur normae EDB apex D centro circuli, acies autem cruris vnus puncto E, atque acie ea per puncta D & E fixa, conuertatur norma circa DE, donec acies cruris alterius DB in planum circuli cadat, quod semper futurum, qui difficulter perspiciunt, experimento possunt discere. Erit hoc facto ED ad

C s

DB

Fig.
XI

DB perpendicularis, BD autem, quae in plano circuli per centrum D transit, producta in F, erit circuli diameter BF. Patetque adeo, nullum dari vel sumi posse punctum, ut E, extra planum circuli, a quo recta ED, alicui diametrorum circuli BF perpendicularis, duci nequeat; quin nec in plano circuli dari punctum tale potest, sed de his iam non agimus. Quod si iam F ponatur centrum baseos cylindri, quae basi ABC opponitur, erit recta ED, iungens centra basium, axis cylindri, diametro BDF perpendicularis. Cylindrus ergo rectus erit, & quilibet alius, cum, uti ostendimus, E dari ubiuis possit, ratiocinio manente.

Dicendum fuerat, axem cylindri recti non diametro modo, sed & basi perpendicularem esse: verum Illustris auctor, cum haec scriberet, definitionem rectae plano perpendicularis nullam dederat, substituit ergo in locum termini, quam mente concepit, eius definitionem, foecundissimam profecto eam, sed prolis admodum deformis.

Fig. 9 Quin ne generatim quidem cylindrus initio huius articuli probe definitus est. Si enim circulus iuxta ductum rectae AD, quae per eius peripheriam transit, motu sibi semper parallelo deorsum feratur; *rotetur autem interea circa hanc rectam AD*, quod fieri utique potest, cylindrus sane nullus describetur, ut per ea potest patefcere, quae de prismate diximus ad §. 456. Si dixisset Illustris auctor, dum circulus motu parallelo fertur, centrum eius C incedere debere in recta CF, quae in plano circuli non sit, nihil foret in generali definitione reprehendendum. Ita enim si incedat centrum, utcunque rotato circulo, cylinder tamen describitur.

Corollarium.

439. Dum CBEF cylindrum gignit, CB & FE circulum describunt [§. 127]. Bases ergo cylindri circuli aequales sunt, [§.

94 & seqq. itemque 159]. Cumque HI ipsi CB parallela sit eadem aequalis [§. 98 242]; circulum basibus aequalem describit [§. 127 159], consequenter plana sectionum basibus cylindri parallele factarum sunt circuli ipsis aequales.

CRISIS.

Si parallelogrammum CBEF circa CF reuolutum Fig. X obliquangulum fuerit, CB, FE, iisque parallelae circulos non describent, sed superficies conorum rectorum, quales sunt ABC, DEF. Hoc animaduersum impulisse videtur Illustrem auctorem, ut hoc corollarium in nouam editionem non transferret.

Corollarium.

[466] Sunt ergo non modo bases cylindri AB & DE aequales; verum etiam sectiones basibus parallelae sunt circuli iisdem & inter se aequales. Fig. 5

Definitio 8.

440 Si triangulum KLM circa rectam Fig. 1 KL gyratur; *conus* describitur. Recta KM eius latus dicitur: KL axis. Si angulus L rectus; *conus* vocatur *rectus*: si obliquus, *Scalenus*.

CRISIS.

Vt clare patefceret, cur Illustris auctor coni obliqui definitionem, quam hic dederat, in nouam editionem non transtulerit, figuram XIII adiecimus, quae conum obliquum sistit, qualis hic definitur, quod corpus ne conus quidem est, sed ex duobus conis rectis NKM & NLM compositum. Si trianguli, ut KLM Fig. 12 angulus L obtusus fuerit, reuolutum, corpus generabit, quale ex cono recto oriri potest, si exciuetur alio cono recto cuius eadem sit basis.

Definitio 8.

[467] Si recta quaedam KM in peripheria Fig. 13 circuli NM ita incedat, ut constanter inhaereat

reat puncto fixo K ; describetur *conus* NKM . Recta ex puncto K , qui *vertex* conii dicitur, ad centrum basis L ducta dicitur *Axis conii*: qui si ad diametrum circuli NM fuerit perpendicularis, *Conus rectus* est; si vero ad angulos obliquos eidem insistat, *Scalenus*. Linea describens KM seu recta ex vertice in peripheriam basis ducta vocatur *Latus conii*. Possumus quoque *Coni* genesis ita concipere, ut circellus infinite parvus, dum motu sibi semper parallelo ita deorsum fertur, ut centrum continuo sit in axe KL , radius PQ , axi KP proportionaliter continuo augeatur. Quod si triangulum rectangulum KLM circa rectam KL gyretur; *Conus* describitur *rectus*.

C R I S I S.

Quae ad cylindri definitionem notauimus, omnia huc trahi debent. Ita definitur conus scalenus siue obliquus, uti obliquus esse conus nullus possit, sed omnes ex definitione necessario dicendi sint recti, dum scilicet attributum omnibus conis commune loco differentiae specificae, quae obliquos a rectis distinguat, adfertur. Quod facile perspiciet quisque, si iam punctum E apicem esse conii cuiuscunque posuerit. Erit ED axis conii, eademque ad diametrum basios BE perpendicularis. Cumque punctum ut E dari nullum possit, a quo recta ED alicui diametrorum circuli dati ABC perpendicularis duci nequeat, neque conus ullus dabitur, cuius axis alicui diametrorum baseos perpendicularis non sit.

Corollarium.

fig. 12 441. Cum PQ ipsi LM parallela sit eadem minor [§. 253]; circulus eadem descriptus erit circulo radio LM descripto minor [§.

[§. 159]. Quare cum in rotatione trianguli KLM omnes rectae, quales sunt PQ & LM circulos describant [§. 127]; planum sectionis basi conï parallele factae circulus est eadem minor.

CRISIS.

Si triangulum KLM, circa KL reuolutum, fuerit obliquangulum, LM eique parallelae circulum non describunt, sed superficiem conï recti, qualis est NLM. Fig. XIII

Corollarium

[468] Quod si PQ ipsi LM parallela; per ultimam conï generabitur erit $KL : KP = LM : PQ$. Quare cum PQ & LM sint radii circulorum sibi inuicem parallelorum; planum sectionis basi conï parallele factae circulus est eadem minor. Fig. 12

NOTA.

Textus habet, $KL : KP = PQ : LM$, quod typographi vitium correximus.

Scholion

[469] Ex genesi vltima conï apparet, in definitionibus geometricis geneticis tanquam entium imaginariorum admitti etiam posse miraculosa. Et quoniam in cono obliquo latus conï non eiusdem longitudinis in quouis peripheriae puncto; patet, lineam describentem KM, quae altero sui extremo peripheriae NM constanter adhaeret, per punctum fixum K aliqua sui parte nunc deorsum, nunc sursum moueri debere.

CRISIS.

Ego me ea, quae huius scholii initio dicuntur, non adsequi, lubens fateor; vereor autem admodum, ne complures sint, qui eadem mecum caligine obfuscatum gerant animum.

Definitio 9.

442 [470] Si semicirculus K iuxta diametrum AB gyretur; Sphaera describitur, diciturque diameter circuli AB etiam Diameter atque Axis sphaerae, centrum C etiam centrum sphaerae. Fig. 14

Corollarium.

443 [471] Omnes ergo rectae ex sphaerae superficie in centrum ductae sunt inter se aequales [§. 40]. De-

Definitio 10.

Fig. 15

444 [472] *Pyramis* est solidum terminatum circumcirca tot triangulis ADC, DCB, & ABD in vno puncto D coëuntibus, quot basis ABC latera habet. Dicitur autem *triangularis*, *quadrangularis*, *quinquangularis* &c. Si basis triangularis, quadrangularis, quinquangularis &c.

Corollarium 1.

445 [473] Si *ac*, *cb*, *ba* lateribus AC, CB, BA basis ACB parallelæ ducantur; erit $DC : Dc = CA : ca = CB : cb$ [§. 268], adeoque $CA : ca = CB : cb$ [§. 167 Arith.], consequenter cum eodem modo ostendi possit, esse $CA : ca = AB : ab$, ($A = a$, $B = b$ & $C = c$ [§. 196] [erit triangulum *acb* simile triangulo ACB [§. 207]]. Quare si pyramis [triangularis] ACDB secatur plano basi parallelo; planum istud huic simile erit [§. 166].

C R I S I S.

Propositio vera est: ad demonstrationem duo obseruo. Primum cum *ac* parallela agitur lateri basis AC, atque a puncto *c* recta *cb* parallela lateri CB, indeque *ab* recta *ba* parallela BA, dubitari posse, an extremum punctum rectæ *ba*, cum initio rectæ *ac* coincidere possit, aut certe an necessario semper coincidat. Dubitari posse dico, non enim futurum nego, neque magno conatu, si opus sit, demonstraui. Verum non demonstratur id in hac geometria, unde ex synthesisi huius propositionis nihil sane sequitur, quam rectas *ac*, *cb*, *ba*, rectis AC, CB, BA proportionales fore, sed triangulum *acb* triangulo ACB simile esse concludi nequit, cum ostensum non sit, *ac*, *cb*, *ba* efficere triangulum. Leue id quidem, sed in demonstrationibus geometricis, quæ normæ instar esse debent, ad quam reliquarum disciplinarum demonstrationes exigantur, leuissima quoque reprehendenda sunt

Illustrem vero auctorem laxas demonstrationes eo minus excusare par est, quo scrupulosiorem se in his alias ostendit, passim demonstrando, quae ab aliis absque demonstrationibus admittuntur, sic, ut ne id quidem, totum qualibet sua parte maius esse, absque probatione reliquerit. Neque enim, cum amphora coepit institui, currente rota debet vrceus exire.

Alterum est, perperam porro concludi, si *acb* triangulum triangulo *ACB* simile sit, pyramide triangulari plano basi parallelo secta, sectionem fore basi similem. Est ne enim *acb* sectio haec, vel, potuitne triangulum *acb* oriri pyramide plano basi *ABC* parallelo dissecta? Potuit utique, sed unde de eo constat, quae demonstratione adhuc euictum est, plano *DAC* duobus planis parallelis *BAC* atque *bac* secto, sectiones *AC* & *ac* rectas parallelas fore, quod adserit, qui sectionem pyramidis basi parallelam triangulum *abc*, in superficie pyramidis, secundum propositionis mentem descriptum, itidem producturum dicit? In hac enim geometria articulo demum §. 482. ostenditur, duobus planis sese secantibus, sectionem fore rectam, & compluribus interiectis [§. 499] adfertur, duobus planis parallelis ab eodem plano sectis, sectiones parallelas fore, quae omnia hic praecognita supponuntur. Verum caput, quod id sequitur, quod prae manibus habemus, ad nouam editionem accessit integrum, cum in veteri nihil prorsus de situ planorum, deque situ rectarum ad plana, adlatum sit. Qua re fieri non potuit, quin pleraeque omnes de corporibus demonstrationes, mancae relinquerentur, qui errores, parum seuerè examinati, in nouam editionem, tractatione de sectione & situ planorum auctam, translati sunt, perque ipsam illam tractationem, qua emendari & poterant & debebant, incrementum non leue acceperunt.

Scholion.

Scholion.

446 Haud obscurum est, quae de pyramide triangulari demonstrata sunt, eadem quoque de quadrangulari & multangulari quacunque valere.

CRISIS.

Imo vero non tantum obscurum est, verum etiam falsum, demonstrationem, qua hic sectionem *acb* basi *ACB* similem esse Illustris auctor ostendit in pyramide triangulari, ad pyramides, quarum bases pluribus lateribus terminantur, adplicari posse, cum plurimum quam trium laterum figurae dissimiles esse possint, etiamsi lateribus proportionalibus terminentur: Recte ergo in noua editione huic scholio corollarium substitutum est, quod sequitur.

Corollarium 2.

[474] Quoniam pyramis multangularis in tot triangulares resolui potest, quot sunt latera basis demtis duobus, nempe quadrangularis in duas, quinquangularis in quinque &c. si pyramis multangularis plano basi parallelo secetur, constabit id ex triangulis, quae singula singulis similia sunt, in quae resoluitur basis [§. 473], consequenter cum vi demonstrationis primae problematis 47 [§. 363] pateat, similes esse figuras rectilineas quascunque, quae ex triangulis similibus eodem ordine inter se iunctis componuntur, in quavis pyramide planum sectionis basi parallelum est figura basi similis.

Definitio II.

447 [475] *Tetraëdrum* est solidum quatuor; *Octaëdrum* est solidum octo; *Icosaëdrum* est solidum viginti triangulis aequilateris & aequalibus comprehensum; *Dodecaëdrum* vero solidum duodecim pentagonis regularibus & aequalibus contentum.

Definitio 12.

Fig. 16

448 [476] *Inclinatio plani* *KEGL* ad planum *ACDB* est angulus *HFI*, quem efficiunt rectae *HF* & *FI* in puncto *F* ad lineam sectionis *EG* perpendiculares. Co-

Corollarium.

449. Quodsi in alio quocunque puncto f eiusdem lineae EG erigan-
 tur perpendiculares bf in plano AD, & fi in plano KG [§. 201].
 fiatque $bf = HF$ & $fi = FI$; erunt HF & bf , FI & fi
 parallelae [§. 241], $Hh = Ff$ & $Ff = Ii$ [§. 242], consequenter
 $Ii = Hh$ [§. 79 Arithm.], & HI parallela ipsi hi (§. 241)
 etiam eidem aequalis est (§. 242). Cum adeo anguli F & f
 aequales sint (§. 193); plani ad planum in singulis punctis ea-
 dem inclinatio est (§. 448).

CRISIS.

In demonstratione huius corollarii omnia se rite ha-
 bent, usque ad illud, quo, rectas HI, hi parallelas
 esse ex §. 241 concluditur, quo articulo nihil con-
 tinetur, praeterquam duas rectas, eidem rectae per-
 pendiculares, parallelas esse, quae sane propositio
 hic adplicari nequit, cum neque adsumptum neque
 euictum sit, rectas HI & hi eidem rectae tertiae ad
 perpendicularum insistere. Haec fuit, vel esse certe
 debuit, ratio, ob quam haec propositio in noua edi-
 tione in alium locum translata est, & articulo demum
 509 tradita, quo loco demonstrari melius potuit.

Definitio 13.

450 [477] *Mensura solidi* est cubus, cuius
 latus perticae vnus, diciturque *Pertica cu-*
bica. Haec diuiditur in *Pedes*, *Digitos*, &c.
cubicos, hoc est, in cubos, quorum latus
 pedem, digitum &c. adaequat.



C A P. II.

DE

SECTIONE ET SITV PLANORVM.

Theorema 1.

ig 17 478. *Rectae lineae pars quaedam AB non est in subiecto plano DE, pars vero BC in sublimi.*

Demonstratio.

Sit enim, si fieri possit, pars lineae rectae AB in plano DE, pars vero altera BC in sublimi. Cum linea recta terminata utrinque produci possit (§ 21); producat^{ur} AB in F: erit ergo AB pars rectae AF. Sed eadem AB est pars rectae ABC *per hypotb.* Punctum igitur rectam describens in B mutat directionem, cum & versus F & versus C progredi valeat, ubi ad B peruenit: quod cum sit absurdum (§. 19), rectae lineae quaedam pars AB non potest esse in subiecto plano DE, pars vero quaedam BC in sublimi. Q. e. d.

C R I S I S.

Theorema hoc est Propositio 1. Elementi XI Euclidis: demonstratio ab Euclidea vnico momento differt, cuius neglectus efficit, vt vitiosa sit. Scilicet Euclides, sumtis illis ipsis, quae ab Illustri auctore sumuntur, partem rectae AB esse in subiecto plano, partem BC in sublimi, deinde, tanquam notum & a quouis concedendum, ponit AB in plano quoque DE produci posse. Et id vtique ex definitione plani sequitur. Nisi enim AB in plano eo, in quo sita est, produci posset, planum quaqua versum secundum lineas rectas extensum non foret, siue secundum Euclidem Defin. 7. Elem. 1. ex aequo suas lineas rectas non interiaceret. Iam vero, si BC quoque foret rectae AB productio, eius rectae AB duo forent rami BF & BC; quod cum absurdum sit, concludendum vtique fuit, BC rectae AB in directum positam non esse. Ita Euclides; sed noster Auctor, rectam AB in plano DE pro

produci posse non adfert, eo solo adsumpto, rectam AB produci posse, quod utique concedet, qui adfirmare voluerit ABC, cuius pars AB in planum DE cadit, pars BC in sublimi posita est, unicam rectam esse. Et qui negaret, cum AB partem eius rectae esse dicat, cuius pars altera, id est productio, sit BC? Verum illud inficiabitur, AB aliter quam secundum BC produci posse; imo id ipsum negat, dum ABC rectam esse dicit. Ostendendum ergo fuerat, non, produci posse AB, quod in confesso est, verum, produci aliter quam secundum BC posse, vel, produci posse in plano DE, quod ab aduersario negatur. Id Illustris auctor cum non fecerit, sequitur, eum propositionem hanc non demonstratam reliquisse. Qua de re ne dubii quidquam supersit, observandum: postulatum, quo, quamlibet rectam utrinque produci posse, statuitur, absolute positum esse, longe ante definitionem plani, quae §. 36 demum subiungitur, itidem vitiosa. Incipit enim: Planum siue figura plana est . . . quasi vero planum atque figura plana idem significarent.

Corollarium.

479 Duae igitur rectae ADEB & CDEF segmentum commune DE habere nequeunt (§. 478), consequenter duae rectae AB & CF se mutuo non intersecant, nisi in vno puncto D. Fig. 18

C R I S I S.

Haec propositio quidem euentissima est, atque pro axioma habetur ab adcuratissimis scriptoribus. Sed hoc loco demonstratam quod reperiam, vehementer miror. Aut enim adfuit inter prima elementa, aut non. Si illud est, cur hic repetitur? sin eo loco omissa, ubi ego quaesitam reperire non potui, vereor, ne decantatae adeo demonstrationes primorum geometriae principiorum vehementer vacillent. Quinam enim, quaeso, de positione rectarum & de angulis conceptus, quae firma demonstratio, nisi supponatur

tur distincte cognitum, duas rectas in vno tantum puncto sese secare, nec commune segmentum habere posse? Caeterum in textu, vitio typographi, loco rectae AB & CF , habetur rectae CAB & CF .

Corollarium 2.

ig.19 480. Cumque pars rectae AD esset in subiecto plano, pars vero BD in sublimi, si trianguli ADE pars esset in subiecto plano, pars vero $DBCE$ in sublimi; triangulum ABC erit in eodem plano.

CRISIS.

Hic monendum 1. in figura geometriae latus ADB esse omissum. 2. Corollarium obscure enunciatum esse. Sensus est: cum rectae AB pars AD foret in subiecto plano, pars vero BD in sublimi, si trianguli ABC pars aliqua, vt ADE , esset in subiecto plano, pars vero alia $DECB$ in sublimi: triangulum ABC est in eodem plano. Hic vero sensus sermoni Illustris auctoris sane non inest, quo illud potius innuitur, trianguli ADE partem aliquam poni in subiecto plano, partem vero eius alteram in sublimi, & hanc partem esse $DBCE$, quod intelligere nemo potest. 3. Verendum esse, vt lector vim demonstrationis vniuersam percipiat, cum figura eum modo casum sistat, quo DE lateri BC parallela est. Videtur ergo monendum fuisse, rectam DE vtcunque duci posse, vel aliud obscuritati remedium adferendum. Sed haec quidem minutiora sunt.

Corollarium.

Fig.20 481. Et quoniam rectarum BE & DC se mutuo secantium in A partes AB & AC sunt crura trianguli ABC ; erunt eadem in eodem plano (§. 480). Sed in eodem plano est EA , in quo est AB , & AD in eodem est, in quo est AC (§. 487). Ergo lineae se mutuo secantes EB & DC in eodem sunt plano.

Theorema 2.

Fig.21 482. Si duo plana $ABCD$ & $EFHG$ se mutuo secant; erit communis sectio recta IK .

De-

Demonstratio.

Quoniam rectae AB & EF se mutuo non intersecant, nisi in puncto I, nec rectae DC & GH nisi in puncto K [§. 479]; si communis planorum sectio non est recta vnica, sed aliquod planum, termini illius plani in punctis I & K coire debent. Ducantur ergo in plano EFHG recta ILK & in plano ABCD recta IMK, quod fieri posse patet, si sectio communis planorum ABCD & EFHG non est recta vnica IK, vtut planum sectionis lineis curvis in punctis I & K coeuntibus terminari sumas (§. 191). Duae igitur rectae ILK & IMK, cum earum extrema in I & K coincidunt, totae in punctis vnā coincidere debent (§. 170), consequenter communis sectio esse nequit nisi recta iungens puncta I & K. Q. e. d.

C R I S I S.

Theorema est Propositio 3, elementi XI Euclidis. Ad demonstrationem obseruandum:

1. Cum dicitur *rectas AB & CF se mutuo non intersecare nisi in puncto*, tacite supponi, plana sese mutuo secantia lineis rectis terminari; itaque, si stricte agere velimus, demonstrationem adplicari ad plana lineis curuis terminata, qualia sunt circuli, non posse. Quid quod, duobus planis sese secantibus, terminum AB vnus plani terminum EF alterius secare nihil necesse sit. Sed haec minutiora.

2. Quae in demonstratione sequuntur *si communis sectio non sit recta vnica, sed aliquod planum*, vtique disiunctionem, quam Logici vocant, incompletam continent. Si enim sectio vnica recta non sit, erit vel ex pluribus lineis composita, vel curua, vel vero planum; neque enim, solidam fore sectionem, quisquam dixerit. Cum ergo Illustris auctor deinde totus in eo sit, vt probet, sectionem planum non esse, rectam tamen esse sectionem, si vel maxime hae probationes legitimae sint, probasse dici non potest, cum relinquatur, eam vel curuam esse, vel ex pluribus lineis compositam.

3. Verum ne illud quidem concesserim, probatum hac demonstratione esse, quod communis duorum

planorum sectio planum non sit. Quid enim in eam rem adfertur? Duci posse inter puncta I & K rectam non nisi unicam. Id utique necesse esse, si I & K sint puncta sectionis, si vel maxime sectio planum sit. Nam inter duo quaecumque plani puncta recta cadit unica, eaque tota in planum cadit. Ideone ergo sectio planum non est, quia, si planum foret, duobus in ea punctis assumptis, unica recta duci posset, nec plures? hoc sane non negauerit, qui sectionem planum esse voluerit dicere, neque vero eo assumpto quidquam absurdi sequi ostensum est. Aliter Euclides, qui id, quod Illustris auctor probandum sumsit, tanquam concessum usurpat, sectionem scilicet esse lineam, atque id tantum, de quo dubitari poterat, in primis si figura planorum sese secantium curvilinea sit, demonstrat, curvam eam sectionem non esse. Concedi enim utique debet, sectionis nullam esse latitudinem, quod non difficilius perspicitur, quam lineam, a linea si secetur, in puncto secari. Eo vero concessio, reliqua admodum expedita sunt.

4. Sub finem error typographi esse videtur, *totae in punctis unam*, atque legendum, vel *totae in unam*, vel vero, *totae omnibus suis punctis in unam*.

Theorema 3.

483. Si duae rectae AB & CD fuerint in eodem plano, recta EF eas secans in G & H erit in eodem plano.

Demonstratio.

Secet planum aliud planum datum, in quo posita sunt rectae AB & CD in punctis G & H; recta transiens per G & H est communis sectio planorum (§. 482). Sed eadem est pars lineae EF (§. 170), quae duas AB & CD secat per hypoth. Recta igitur EF est in eodem plano, in quo ponuntur duae AB & CD. Q. e. d.

C R I S I S.

Nihil hic opus est plano secante. In quo plano sunt AB & CD, in eo quoque sunt puncta G & H, & recta ea puncta connectens GH, & eius rectae productiones GE, HF. Sed demonstratio tamen geometriae itidem bona est.

Theorema 4.

484 *Si recta IE fuerit perpendicularis ad re-* Fig
ctam KL in plano ABCD ductam; erit ea perpen- 23
dicularis ad rectas omnes MN, OP &c. quae per
punctum E ducuntur.

C R I S I S.

Huius propositionis falsitas adeo facile perspicui pot- Fig:
est, ut vehementer mirer, eam, non magno Philosopho, XI
sed omnino cuiquam, in mentem potuisse venire. Sit enim normae EDB crus unum DB adplicatum rectae FB, in plano ABC ductae, erit acies cruris alterius ED ad FB in puncto D perpendicularis. Iam si eadem ED perpendicularis quoque ponatur ad AC, in eodem plano per D ductam, quod theorema necessario futurum dicit, moueatur norma circa DB, quod fieri posse facile perspicitur. Manebunt anguli EDB, EDF recti, verum anguli EDC, EDA utique mutabuntur, neque adeo, norma in alium situm per reuolutionem eam translata, recti manebunt. Quin, si AC rectam FB ad angulos rectos secet, adeo inclinari norma circa FB poterit, ut DE cum DC tandem coincidat, quo facto rectam DC rectae AD, cui in directum posita est, perpendicularem esse, theorema dicit, ceterisque lineis rectis omnibus, quae in plano ABC per D duci queunt.

Deinde vero per FDB, cui DE perpendicularis est, non planum modo ABCF transire potest, verum &

plana alia possunt, infinito numero. Quodnam autem horum omnium planorum illud est, in quo recta, ut DC, duci debet, quo angulus EDC rectus fiat? Si enim in vno planorum, ducta DC rectae FB perpendiculari, angulus EDC rectus fuerit, in reliquorum quocunque, ducta simili linea, angulus sane rectus non erit.

Fig.

23

His ostensis non eleuabo, quae in fine theorematidis dicuntur, rectam IE perpendicularem fore ad omnes rectas, quae per punctum E ducuntur: quod sane esse non potest, quicunque rectae IE situs sit. Verum Illustris auctor dicere volebat, IE perpendicularem fore ad omnes rectas per E in plano ABCD ductas, quo sensu nos propositionem sumimus, cum falsam diximus.

Demonstratio.

Concipiamus enim rectam KL, cui IE perpendiculariter insit, circa punctum E moueri, donec ipsi MN immineat. Quoniam recta KL cum recta MN coincidit [§. 36], IE vero situm ad eandem non mutat; erit ipsa IE etiam perpendicularis ad MN. Eodem modo patet, eandem rectam IE etiam perpendicularem esse debere ad rectam OP, & quamcunque aliam per punctum E in plano ABCD ductam. Q. e. d.

CRISIS.

Fig.
XI

Adplicemus demonstrationem ad figuram XI, quae simplicior aliquanto est figura geometriae. Demonstrandum est ED, perpendicularem ad BF, rectam in plano ABCF ductam, perpendicularem quoque esse ad AC, in eodem plano sitam. Id ut pateat Illustris auctor rectam FB cum inhaerente ei DE circa punctum D moueri iubet. Potest vero is motus multiplex esse, sed ad duos referri. Primus est, cum fixa suo loco manet recta ED, quo casu si normam EDB, cum recta DF quae ei adhaeret, quae vero & abesse potest, circa DE reuoluere tentes, DB extra planum ABCF cadet necessario, si, quod ponimus, angulus EDC acutus fuerit, quod esse posse & vidimus, & nisi vidissemus, sciremus tamen, naturali geometria edo-

cti

cti; neque DB ita ex plano ABCF in sublimē dimota, planum hoc attinget ante, quam vbi in DF peruenerit, quam rectam postquam superauit, deinde infra planum ABCF incedet, donec in situm pristinum DB redierit. Hoc ergo motu DB lineam rectam DC, vel eius productae partem DA nunquam attinget, neque angulus EDB angulo EDC vel EDA congruet, quod futurum ponit Illustris auctor, indeque angulos hos rectos esse concludit. Alter motus est, cum DB in plano ABCF incedit, atque circa punctum D circulum describit, & ad hunc motum in demonstratione inprimis respicitur. Sed si hoc motu agitetur norma, vti dictum fuit posita, recta sane DE quiescere non potest, sed ipsa quoque mota, superficiem conicam vel aliam describit, cuius apex in punctum D cadit, vti leui consideratione facile perspicitur. Vnde, postquam hoc motu DB peruenit in DC, DE non est amplius in eo situ, quo picta est, neque adeo normae angulus rectus cum angulo EDC concidit.

Verum theorema de rectis plano perpendicularibus habet Euclides Elem. XI. Prop. 4. quod propter eos, quibus haec familiaria non sunt, hic adponimus: *Si recta linea duabus rectis lineis (non vni, vt in hac geometria habetur) se inuicem secantibus in communi sectione ad angulos rectos insistat, etiam ducto per ipsas plano ad angulos rectos erit:* cuius propositionis demonstrationem, illi similem, quam Illustris WOLFIVS dare voluit, nostrorum Elementorum Prop. LIX. reperies.

Corollarium.

485. Recta igitur IE ad rectam KL in plano ABCD perpendicularis omnibus rectis per punctum E in eodem plano ductis ad angulos rectos insistit [§. 78].

Fig.
23

CRISIS.

Corollarium idem dicit quod theorema, parum mutato sermone, quod ipsum fortasse mirabitur ali-

D 5

quis

quis, cui in re adeo facili vel permutata cum aliis vocabula erroris admonere Illustrem auctorem debuisse videbuntur.

Scholion.

486 *Hinc* linea recta IE ad planum ABCD perpendicularis definitur, quod ad rectas omnes lineas in plano ductas, a quibus illa tangitur, angulos rectos facit

CRISIS.

Haec definitio utique Euclidis est, tertia scilicet Elementi XI, verum Euclides eam in primis posuit, non tum demum, postquam, quid prisma rectum, quid cubus, cylinder atque conus rectus dicatur, explicuit; vel, postquam theorema praemisit, quo quidquid in definitione boni inest, redderetur prorsus inutile.

Theorema 5.

Fig. 24 487. Si recta IE fuerit ad planum ABCD perpendicularis, & ex E tanquam centro in eodem plano descriptus sit circulus; erunt rectae IG & IF &c. ab eodem puncto sublimi ad peripheriam ductae inter se aequales.

Demonstratio.

Ducantur ex centro E ad puncta peripheriae F, G &c. radii EF, EG &c. erit $EF = EG$ [§. 40], cumque anguli FEI & GEI sint recti [§. 485], etiam $FEI = GEI$ [§. 145]. Quare cum porro sit $EI = EI$; erit $FI = GI$ [§. 179], Q. e. d.

CRISIS.

Recte se habet theorema pariter atque demonstratio, si ex definitione §. 486 explicentur. Verum Illustris auctor in demonstratione ad corollarium §. 485. prouocat, eaque re efficit, uti propositio haec pariter falsa euadat. Si enim ex eo corollario explicanda est, sensus erit: si recta IE, punctum aliquod I cum centro circuli E connectens, ad aliquem eius diameterum perpendicularis fuerit; omnes rectae IG, IF, ab eo puncto I ad peripheriam circuli ductae, aequales

Quales erunt. Vidiinus autem (*Cris. ad §. 465*), nulum dari punctum posse, siue in plano circuli siue extra illud, a quo recta alicui diametrorum circuli perpendicularis ad centrum duci non possit. Ex quo sequitur, vt, puncto I vbicunque sumpto, recta tamen IE, quae id cum centro connectit, secundum corollarium §. 485 plano circuli perpendicularis dicenda sit. Quibus, vti debent, admissis adfirmabit propositio: *quodlibet punctum, siue in plano circuli detur siue in sublimi, ab omnibus peripheriae punctis distare aequaliter.* Caeterum in figura geometriae rectae EG, EF desiderantur, IE vero ultra centrum, fere ad peripheriam usque, producta sistitur.

Theorema 6.

488 *Ex eodem puncto E ad planum ABCD non nisi unica perpendicularis EI duci potest.* Fig. 23

CRISIS.

Eadem huius propositionis fors est, quae praecedentis. Vera est, si ex definitione Euclidea rectae plano perpendicularis explicetur, falsa, si intelligatur secundum theorema §. 484. Nam vel ex §. 485, perspicui potuit, nihil repugnare, vt eidem rectae OP ad idem punctum E plures rectae aliae ad angulos rectos insistant. Fit enim in eo corollario §. 485 mentio infinitarum numero rectarum, cum quibus eadem recta angulos rectos comprehendit, in vno eodemque puncto concurrentium. Si autem rectae OP apud E plures rectae ad angulos rectos insistere possunt, sed rectae omnes, quae ei perpendiculares sunt, perpendiculares quoque sint ad planum AC in quo OP sita est (per §. 484); vtique sequitur, *plano AC perpendiculares infinitas duci posse, per punctum E*, quod hac propositione negatur. Plurima sunt alia, non dicam scriptis geometrarum, sed communi hominum de his rebus

bus cognitioni, prorsus aduersa, quae Illustrem auctorem monere poterant, ut theorema, ex quo profluebant, corrigeret. Sed commode euenit, quod ad propositiones suas non vsquequaque fuerit attentus. Qualem enim, quaeso, geometriam accepissemus, si erroribus semel positis, quemadmodum solent geometrae adsumptis vel demonstratis, institisset?

Demonstratio.

Ducatur, si fieri potest, adhuc alia EQ & per punctum E in plano recta OP; erit cum EQ, tum EI ad eandem rectam OP perpendicularis [§. 486]: quod cum sit absurdum [§. 213], ex eodem puncto E non nisi vnica perpendicularis ad planum EI erigi potest. Q. e. d.

CRISIS.

Vero sensu hic propositionem sumimus, qui ut demonstretur, Illustris auctor rectam OP ducere iubet in plano AC. Videtur autem lectoris arbitrio permittere, quomodo eam in eo plano ductam intelligere velit, nihil enim expresse monet. Neque repugnant, quae sequuntur. Vtcunque enim OP in plano AC ducatur, si tamen & IE & QE ad planum rectae fuerint, vterque angulorum QEP, IEP rectus erit. Cum tamen, nisi OP, QE & IE in eodem plano fuerint, demonstrationis vis eludi possit, quae, cum propositione nitatur [§. 213], ex vno puncto super eadem recta non nisi perpendicularem vnica erigi posse in eodem plano; nihil vtique concludet, si OP, QE, IE in eodem plano non fuerint. Sed nos, qui certissima tantum sectamur, demus id Illustri auctoris nomini, eum rectas, quas diximus, in eodem plano intelligi voluisse; sed obscuritas tamen reprehendenda erit, quae cum ex eo oritur, quod id ipsum, in quo caput demonstrationis versatur, non expressit, tum ex illo quoque, quod dicere supersedit, quomodo duci possit recta OP in plano AC, quae cum duabus rectis
datis

dati IE & QE in eodem plano sit. Cum enim in demonstrationibus aliquid fieri posse, cuius efficiendi ratio non ante sit ostensa, supponi non possit, nisi saepe in errores incidere velimus, sumendo tanquam possibile, quae vel esse prorsus nequeunt, vel ab aliis tamen pendent, quam quae sumuntur: utique lectori relinquenda non fuit recta OP , quae, quemadmodum duci possit, poterat dubitari. Dicendum fuerat, per rectas QE & IE intelligendum esse planum, quod planum AC in OP secet, quod vnum omnem obscuritatem tollere poterat. Verum Illustris noster Philosophus neglectus eorum, quae circa effectiones praecipimus, grauiore longe poenas alias dedit.

Theorema 7.

489. *Ab eodem puncto I in sublimi dato ad idem planum $ABCD$ perpendicularis non nisi unica IE demitti potest.* Fig. 24

Demonstratio.

Demittatur enim, si fieri potest, adhuc alia IG . Iungantur puncta E & G in plano recta EG ; erit IEG triangulum in eodem plano [§. 480]. Duo igitur in triangulo ad basin anguli E & G recti sunt [§. 486]: quod cum sit absurdum [§. 218], a puncto I ad planum $ABCD$ non nisi vnica perpendicularis demitti potest. Q. e. d.

Theorema 8.

490 *Linea perpendicularis IE est breuissima, quae a puncto extra planum dato ad idem duci potest.*

Demonstratio.

Ducatur enim recta adhuc alia IG & iungantur puncta E & G in plano recta EG ; erit triangulum IEG in eodem plano [§. 480], & angulus ad E rectus [§. 486]. Est igitur $EI < IG$ [§. 220]. Q. e. d.

CRISIS.

Si plano perpendicularis sit quaelibet recta, quae alicui rectarum in plano perpendicularis est, quaelibet:

recta, a puncto extra planum vel in plano dato, ut-
cunque ducta, quae plano occurrit, plano perpendi-
cularis erit. Esse enim quamlibet eiusmodi rectam
perpendiculararem ad rectam aliquam in plano, ex di-
ctis ad [§. 465] facile perspicitur. A puncto ergo quo-
vis ad planum perpendiculares numero infinitae duci
poterunt, nec perpendicularis minima erit, quia non
est vnica.

Theorema 9.

Fig.
25

491. Si recta LE duabus rectis FE & HE,
vel pluribus FE, HE, IE in eodem puncto E con-
currentibus perpendiculariter insistat; erunt duae
illae rectae FE & HE, vel plures FE, HE & IE
in eodem plano ABCD.

CRISIS.

Quale autem est planum ABCD in quo rectas eas
fore adfirmatur? haesitavi aliquamdiu, donec adsequu-
tus sum, planum intelligi, cui recta LE perpendicula-
ris sit, quod ex eo inprimis collegi, quod absurdum
foret generatim hic demonstrare, duas rectas FE & HE
in communi aliquo plano esse, cum id de binis qui-
busuis rectis, quae in aliquo puncto concurrunt, supra
(§. 481) sit ostensum. Videntur ergo in fine theore-
matis voces; *cui LE recta est*; vel aliae eiusdem signi-
ficatus, excidisse. Euclides theorema Prop. 5. Elem.
XI. ita enunciauit: *Si recta linea tribus rectis lineis sese
tangentibus in communi sectione ad rectos angulos insistat,
tres illae rectae lineae in eodem plano erunt.* Adcuratissi-
me is quidem. Nam ne demonstrandum quidem est,
si recta duabus rectis sese tangentibus ad angulos re-
ctos fuerit, duas eas rectas in plano fore, ad quod
recta illa perpendicularis sit, cum id ex theoremate
de rectis plano perpendiculis (Cris. demonstr. §.
484).

484.) ultro sequatur. Vnde porro sequitur, ut, si tres rectas, in aliquo puncto concurrentes, quibus omnibus ponitur perpendicularis quarta, in eodem plano sitas esse ostendatur, eas in plano sitas esse, cui quarta illa recta est, eo ipso demonstratum sit. Nam si tres rectae in eo plano sitae sunt, in quo earum duae, duae autem in plano existant, ad quod quarta linea perpendicularis est; tres quoque rectas in eo plano sitas esse, dubitari nequit.

Demonstratio.

Sit enim, si fieri potest, recta EH in plano ABCD & EF in plano LEGK. Erit ergo linea EG cum EH in eodem plano, consequenter LE perpendicularis ad EH insistet ipsi EG ad angulum rectum [§. 585]. Sed cum LE etiam ipsi EF sit perpendicularis *per hypoth.* erit etiam angulus LEF rectus [§. 78], consequenter angulus LEF ipsi LEG aequalis [§. 145], pars nempe toti [§. 9 Arithm.]: quod cum sit absurdum [§. 84 Arithm.], rectae FE & HE, quibus recta LE in puncto E perpendiculariter insistet, in eodem sunt plano ABCD. *Quod erat unum.*

Si plures fuerint rectae EF, EH, EI &c. quibus recta EL perpendiculariter insistet; patet per demonstrata, esse rectas EI & EH, itemque EH & EF in eodem plano ABCD. Sunt igitur & rectae EI & EF, consequenter omnes rectae EI, EH & EF in eodem plano ABCD. *Quod erit alterum.*

C R I S I S.

Demonstratio si nullo vitio laborat, obscurissime tamen concepta est. Ponit Illustris auctor tanquam absurdum, *rectam EH esse in plano AC, rectam vero EF in plano EK*, cum in ea re absurdi sane nihil insit. Potest enim recta quaelibet non in duobus modo, verum in infinitis numero planis simul existere, quia planum circa rectam quamvis in eo ductam reuolui potest. Verum dicere forte volebat Philosophus; sit EH quidem in plano AC, EF autem in eo plano, si fieri potest, non sit: quod sane ab eo, quod dixit, longe diuersum est. Si tamen hunc in modum eius ser-

mo interpretetur, restat obscuritas, ex eo orta, quod dicere supersedit, quomodo planum EK, quo ad demonstrationem utitur, collocandum sit, quod vitium & alias Illustri viro familiare est. Neque enim ad figuras prouocare sufficit, omnium minime hoc loco, quo de planis agitur, quorum situs figuris distincte declarari vix potest. Vt nisi sermone exprimatur, quemadmodum posita plana debeant intelligi, lectorem omnino ambigere necesse sit, intellexerit ne an minus, quae dicuntur, verene dicta sint, an perperam. Ad quod hoc loco accedit in figura defectus, qui rem obscurissimam multo obscuriorem reddit. Namque planum EK, quod ad EG vsque intelligendum est, in EF desinit in figura geometriae, quod nos emendauimus. Aliter ergo omnino enunciandum fuit theorema, aliter tradenda demonstratio. Facilis est res, potestque hunc in modum fieri:

PROPOSITIO.

Si recta LE duabus rectis EH, EI vel pluribus in eodem puncto E concurrentibus, perpendicularis fuerit: erunt eae rectae in plano AC, cui LE recta est.

DEMONSTRATIO.

Si enim EF rectae LE perpendicularis extra planum AC cadere ponatur; per LE & EF collocatum intelligatur planum EK, quod planum AC secet in EG. Erit ergo LEG angulus rectus [§. 486], atque adeo aequalis angulo LEF qui pariter rectus ponitur. Quod cum sit absurdum, EF ad LE perpendicularis non erit, neque vlla rectarum per punctum E ductarum, quae extra planum AC cadunt. Perpendiculares ergo ad LE in puncto E omnes in planum AC cadent. Q. e. d.

Theorema 10.

492. *Lineae rectae GE & HF eidem plano ABCD per-*

perpendicularares sunt inter se parallelae; & si una parallelarum GE & HF fuerit ad planum perpendicularis, etiam ad idem perpendicularis erit altera.

Demonstratio.

Ducatur recta EF & cum GE perpendicularis sit ad planum ABCD *per hypoth.* insistat ea rectae EL in plano isto ductae ad angulos rectos; erit ergo etiam GE perpendicularis ad EF [§. 484]. Sumatur EL = EF & moueatur GE iuxta ductum rectae EL, donec in L perueniat, ita vt rectae EL semper inhaereat ad angulum rectum; erit LI perpendicularis ad EL [§. 78] & ipsi GE parallela [§. 256]. Moueatur recta EL cum sua perpendiculari LI, donec ipsi EF congruat [§. 168]. consequenter punctum E [forte L] in F cadet [§. 13]. Quoniam LI rectae EF est perpendicularis *per demonstrata*; ad idem vero punctum F eiusdem rectae EF non nisi vnica recta perpendicularis esse potest [§. 23]; etiam recta LI cadet in rectam FH, atque adeo HF erit ad EF perpendicularis, consequenter HF & GE inter se parallelae. *Quod erat vnum.*

Sint iam GE & HF inter se parallelae & GE ad planum perpendicularis. Patet vt ante si ponatur perpendicularis ad rectam EL, eam etiam perpendicularem esse debere ad EF. Ad eandem EF igitur etiam perpendicularis est HF [§. 230]. consequenter HF perpendicularis ad planum ABCD [§. 484, 486]. *Quod erat alterum.*

CRISIS.

Theoremata sunt Euclidis Propositiones 6 & 8, Elem. XI. Demonstratio ab Euclideis longissime recedit. Et initium quidem demonstrationis obscurius paullo est. Recta EF in plano AD ducenda est inter duas rectas GE & HF, EL vero recta in eodem plano duci potest pro lubitu, neque enim vel Illustris auctor aliquid determinat, vel necessitas geometrica. His positis

1. Perperam concluditur ex propositione §. 484, quia GE perpendicularis est ad EL in plano AD ductam, eam quoque perpendicularem fore ad EF. Propositio enim ea §. 484 vera non est, rectam vero GE, perpendicularem plano AD, perpendicularem quoque esse

esse rectis EL & EF , ex definitione rectae plano perpendicularis §. 486 concludi immediate & vere poterat.

2. Si maxime punctum E rectae GE in EL ita moveatur, uti GE ipsi EL semper ad angulum rectum inhaereat, rectam tamen eam GE parallele moueri, sic ut, ubi in LI peruenit, recta haec LI rectae GE parallela sit, nihil necesse est. Neque enim duae rectae GE , IL , eidem tertiae EL perpendiculares, necessario parallelae sunt, quod Illustris auctor §. 256, quem hic citat, se demonstrasse existimat. Falsa est propositio eius articuli, nisi de duabus rectis, eidem rectae tertiae perpendicularibus, *in eodem plano sitis* intelligatur. Quemadmodum in cubo communi & nouo, vtraque rectarum AD & AE perpendicularis est rectae AB , cui AB & BC , BF ad angulos rectos insistant, neque tamen AE rectae AD , vel BF eidem AD parallelae sunt. Sed demus id, Illustris auctorem voluisse, ut GE moueatur in plano per GE & EL ducto, quamvis neque in propositione citata §. 256, neque in textu, quem prae oculis habemus, neque in figura vllum huius plani occurrat vestigium. Hoc posito utique verum erit, LI rectam rectae GE parallelam fore. Sed tamen

3. Cum deinde moueri iubetur EL cum sua perpendiculari LI , donec EL ipsi EF congruat, nihilo plus efficitur. Neque enim, si EL cum EF coincidere ponatur, & punctum L cadere in F , rectas quoque HF & LI coincidere necesse est, quod ab Illustri auctore futurum dicitur. Cumque eam in rem propositionem §. 213 excitat, qua, ad eandem rectam ex eodem puncto non nisi vnicam perpendicularem erigi posse, statuit; inmemor est determinationis, quam eo loco praeter morem suum adiecit, *in eodem plano*

plano. Scilicet ad quamlibet rectam, & ad quodlibet eius punctum perpendiculares esse rectae infinitae possunt, quemadmodum supra vidimus (*Cris. theor.* §. 488), & vel ex iis perspicui potest, quae proxime de cubo diximus; verum si plures fuerint rectae eidem perpendiculares ad idem punctum; planum, per rectam eam & per perpendicularium vnam ductum, per nullam perpendicularium reliquarum transibit. Colligi ergo nullo modo potest, duas rectas, quae rectae EF in eodem puncto F ad angulos rectos insistant, quales sunt FH & LI, postquam punctum L, secundum ea, quae in demonstratione adferuntur, motum, in F peruenit, in vnam coincidere; neque enim, si FH & alia quaedam recta rectae EF ad perpendicularium insisterent ponantur in puncto F, has duas rectas in eodem cum EF plano concipi necesse est. Verum largis nobis in hac demonstratione esse licet. Demus & hoc, mota, vt dictum est, recta EL, postquam L peruenit in F, LI casuram in HF, quod, etsi non necessitate geometrica debet, forte tamen fortuna potest contingere. His tamen omnibus concessis nihilo plus viae ad veritatem confecimus; quam theoremate enunciato. Namque

4. Ponuntur rectae GE & HF plano AD perpendiculares & EF in plano ducta, Ex definitione ergo rectarum plano perpendicularium immediate sequitur id, quod per tot errores quaesitum iuimus, HF ad FE perpendicularem esse. Denuo ergo nos ab initio ordiri existinemus, sed eheu! vix viam ingressi, seducimur denuo. Namque

5. Conclusio, rectae GE atque HF eidem EF perpendiculares sunt, ergo parallelae, vehementer vacillat, neque offendiculum hoc ex memoria excidisse tam cito potuit. Nisi enim GE & HF in eodem pla-

no sint, parallelas esse nihil necesse est. Fit ergo, his omnibus coniunctis, demonstratio vna ex miserrimis, quae vnquam prolatae sunt, in qua, quidquid concedas, efficere tamen non possis, vti reliquis quidquam concludatur, estque vnicum desperatae rei remedium, vt concedatur id, quod erat demonstrandum.

Altera pars demonstrationis iisdem paene vitiis laborat, quae in priori vidimus. Namque perperam concluditur, si GE perpendicularis sit ad EL , eam quoque perpendicularem fore ad EF , cum id ex assumpto, GE plano AD rectam esse, vltro sequatur: neque rectius infertur, rectam HF , quam perpendicularem esse rectae EF , per assumpta, vtique concedi debet, propterea, quod huic rectae perpendicularis est, perpendicularem esse plano AD .

Corollarium.

493. Rectae igitur omnes ad rectam EF in plano $GEFH$ perpendiculares, etiam ad planum $ABDC$ perpendiculares sunt.

CRISIS.

Propositio quae traditur, plene enunciata, est: *Si per rectam GE , plano AD perpendicularem, agatur planum $GEFH$, quod planum AD secet in EF , rectas omnes in plano $GEFH$ ad EF perpendiculares, plano quoque AD rectas fore: quae vtique verissima est.* Verum mihi quaerere liceat, an rectas illas ad EF perpendiculares in plano $GEFH$ ducere necesse sit, sic vt, nisi in hoc plano ducuntur, ad planum AD perpendiculares non sint; an vero eae quoque rectae, quae extra planum $GEFH$ cadunt, rectae EF perpendiculares, plano AD rectae possint haberi? Si prius sit, articulus hic §. 484 manifeste contradicit, in quo absolute adfirmatur, omnes rectas, rectae EF perpendiculares, plano AD perpendiculares fore: si posterius, id scilicet hic dicitur, aliquas earum rectarum plano AD perpendiculares fore, quas omnes ei plano ad perpendicularum insistere, pridem §. 484 est adlatum.

Scholion

Scholion.

494. Hinc Euclides planum definit ad planum rectum siue perpendiculare, cum omnes lineae rectae, quae communi planorum *ABDC* & *GEFH* sectioni *EF* perpendiculares ducuntur in planorum uno *GEFH*, rectae sunt alteri plano *ABDC*.

C R I S I S.

Definitio recte se habet, utpote quae est Euclidis 4 Elementi XI, sed hoc non recte, toto hoc capite definitiones theorematibus subiungi, vel, ut Illustris auctoris verbis utar, ex illis deduci: id est, significatus vocabulorum ex illis colligi, quae de rebus, illis vocabulis indigitatis, adlata sunt; quae ipsa intelligi non posse existimandum est, nisi vocabulorum significatibus ante perspectis.

Theorema II.

495. Rectae *AB* & *EF*, quae sunt eidem rectae *CD* Fig. 27
parallelae, non tamen in eodem cum ipsa plano,
sunt inter se parallelae.

Demonstratio.

Ducatur in plano parallelarum *AB* & *CD* recta *GH* ad *AB* perpendicularis, & ex *H* perpendicularis *HI* ad *EF* in plano parallelarum *CD* & *EF*. Iungantur puncta *G* & *I* recta *GI*; erit triangulum *GHI* in eodem plano [§. 480]. Quoniam *AG* perpendicularis ad *GH* & *EI* perpendicularis ad *HI* per construct. erunt etiam *AG* & *EI* perpendiculares ad *GI* [§. 484], consequenter inter se parallelae [§. 256]. Q. e. d.

C R I S I S.

Praeter errorem familiarem §. 484, qui hanc quoque demonstrationem vitiat; quandoquidem ex eo, quod rectae, *AG*, *EI* perpendiculares sunt rectis *GH*, *HI*, concluditur eas perpendiculares quoque esse rectae *GI*: alia quoque occurrunt monenda.

1. Gratis enim sumptum potest videri, duas rectas parallelas in eodem plano esse, atque adeo in plano parallelarum duci rectam aliam utcunque posse, quod, etsi verum sit, in hac tamen geometria demonstratum

E ;

non

non est, cum demonstrari debuisse videatur, postquam rectae parallelae definitae sunt eae, quorum vna ab altera eandem vbique distantiam seruet [§. 81]. sed hoc leuius.

2. Postquam per eum, quem ab initio tetigimus, errorem in id incidit Illustris auctor, vtramque rectarum AG & EI rectae GI perpendicularem esse, perperam tamen ex eo porro colligit, duas has rectas AG, EI parallelas esse, cum eidem rectae perpendiculares, & lineae rectae inter se non parallelae, possint constitui, quod supra obseruatum est (*Cris.* §. 492).

Et profecto mirandum est, demonstrationis huius vitia vel inter scribendum perspecta non esse. Videre enim Illustris auctor poterat, situm rectae CD ad vniuersam demonstrationem nihil quidquam facere, atque reliqua omnia mansura eadem, quamcunque in partem recta haec CD titubet, modo punctum H maneat. Vnde sane colligendum fuit, per hanc demonstrationem consequuturum, rectas AB & EF parallelas fore necessario, etiam si rectae CD parallelae non sint; quod cum absurdum sit, de vitio aliquo in demonstratione dubitari non potuit. Id vt clarius patefcat, formabimus propositionem, quam modo diximus, eamque ipsa Illustris auctoris demonstratione probatum ibimus. Sumemus autem, quod a nemine in dubium reuocari potest, ad datam rectam infinitam, ex dato quolibet extra eam puncto, perpendicularem demitti posse; potest enim per rectam eam & punctum planum intelligi positum, & in eo plano perpendicularis duci per problema notissimum. Sit iam

PROPOSITIO.

Fig. *Duae quaecunque lineae rectae AB, EF sunt parallelae.*
XXVIII

DEMON-

DEMONSTRATIO.

Ducatur recta CD vtcunque, sumtoque in hac puncto quocunque H, demittantur ad rectas datas AB, EF perpendiculares HG & HI. Iungantur puncta G & I recta GI; erit triangulum GHI in eodem plano [§. 480]. Quoniam AG perpendicularis ad GH & EI perpendicularis ad HI (*per construct.*), erunt etiam AG & EI perpendiculares ad GI [§. 484], consequenter inter se parallelae [§. 256]. Q. e. d.

En gustum praeclarorum huius geometriae fructuum, quorum larga seges iis expectanda est, qui diurna eam nocturnaue manu versant. Qui communia malunt, demonstrationem apud Euclidem, Element. XI, Propos. 9 reperient. Caeterum rectam CD non eo duximus, quasi ad demonstrationem quidquam faceret, verum propterea tantum, vt nostra cum Illustris auctoris figura plane conueniret.

Theorema 12.

496. Si duae rectae AC & CB fuerint parallelae duabus rectis DE & FD, etiamsi non sint in eodem plano, anguli, quos comprehendunt, aequales sunt. Fig.

Demonstratio.

Fiat $CB = FD$ & $AC = DE$: quoniam CB parallela ipsi FD & AC parallela ipsi DE *per hypoth.*; erit BF ipsi CD & AE eidem CD parallela & aequalis [§. 257], consequenter BF parallela [§. 232] & aequalis [§. 87 Arithm.], ipsi CD ac ideo AB parallela & aequalis ipsi FE [§. 257]. Est igitur angulus $EDF = ACB$ [§. 294]. Q. e. d.

CRISIS.

Theorema est Propositio 10, Elementi XI Euclidis: demonstratio in eo maxime peccat, quod rectas AE & BF, parallelas esse propterea, quod vtraque rectae CD parallela est, ex §. 232, concludit, quae propositio, cum de tribus rectis in eodem plano positis agat, quarum duae tertiae parallelae sunt, huc trahi non potest.

est. Agitur enim de tribus rectis, quae per conditionem propositionis in eodem plano sitae non sunt. Debuerat ergo excitari propositio, quae hanc proxime praecessit, §. 495, quod Euclides fecit, cuius demonstrationem Illustris auctor usurpare voluit.

Caeterum in propositione pariter atque in demonstratione litteris Illustris auctoris alias substituimus, quibus ad figuram 4 textus adcommo- daretur.

Theorema 13.

Fig. 29 497. Si recta IK duobus planis $ABCD$ & $EFGH$ fuerit perpendicularis, erunt plana inter se parallela.

CRISIS.

Propositio intelligenda est secundum definitionem Euclidis §. 486, non secundum geometriae propositionem §. 484. Ex hac enim si explicetur, sensus est: si recta IK duabus rectis IM , KL in planis AC , EG sitis, perpendicularis fuerit, haec plana parallela erunt, quod oppido falsum est. Dicuntur enim plana parallela, quae inter se non conueniunt utcumque producta, Definitione 8 Element. XI, patet vero facile, manentibus rectis MI , LK rectae IK perpendicularibus, & manente planorum vno EG , planum alterum AC circa MI reuolui posse, quare utique fieri necesse est, ut cum plano EG conueniat. Et generatim a situ rectae in plano situs plani non pendet, verum a situ trium plani punctorum, quae in eadem recta non sunt, quae si dentur, planum positione datur. Caeterum propositio est 14. Elementi XI.

Demonstratio.

Ducatur recta IM in plano $ABCD$, & erigatur ML ad eam perpendicularis, quae plano $EFGH$ in L occurrit, cumque angulus I rectus sit per hypoth. ad IK parallela est [§. 256], consequenter plano $EFGH$ ad angulos rectos insistit [§. 492]. Quamobrem si puncta L & K iungantur recta LK , erit angulus K

rectus [§. 485], consequenter $LM = IK$ [§. 238]. Cum eodem modo demonstretur, rectam ex quouis alio puncto plani $ABCD$ ductam ipsi IK parallelam eidem aequalem esse; plana $ABCD$ & $EFGH$ ubiuis a se inuicem eodem interuallo distare [§. 225] patet. Sunt igitur inter se parallela.

CRISIS.

Demonstratio, quo reliquis sese praeferat, non habet. Namque ex eo, quod ML rectae MI ad angulos rectos insistit, cui IK quoque perpendicularis est, colligi non potest, rectas ML, IK parallelas fore, per ea quae saepius monuimus. Potest vero demonstratio emendari, si ML rectae IK parallela intelligatur, quae IK , cum vtrique plano AC, EG perpendicularis sit, ML quoque vtrique plano recta erit, (§. 492), ductisque, in plano AC recta MI , & in plano EG rectae LK , erunt anguli I, M, L, K recti [§. 486], & quadrilaterum MK rectangulum; vnde $ML = IK$. Si vero perpendiculares inter duo plana omnes aequales sint, plana conuenire non posse facile patet.

Scholion.

498 Nimirum planum $ABCD$ alteri $EFGH$ dicitur parallelum, perinde ac recta alteri rectae parallela est [§. 81] si ubiuis eandem ab eodem distantiam seruat

CRISIS.

Nimirum in propositione, plana aliqua parallela esse, demonstratum est, antequam dictum sit, quaenam plana dicantur parallela; quod hic requirebatur maxime. Potuit enim lector planorum parallelorum ideam concepisse similem illi, quam Illustris auctor de rectis plano perpendicularibus concepit, atque planum plano parallelum putare, si in iis planis rectae parallelae duci possint. Quam notionem, vereor, ut propositio emendare potuerit.

Theorema 14.

499. Si planum $ADCB$ secet duo plana paral- Fig. 31

lela EFGH & IKLM; erunt sectiones AD & BC inter se parallelae.

Demonstratio.

Ponamus enim sectiones AD & BC non esse inter se parallelas, ergo continuatae alicubi concurrent [§ 81. 83]. Cum igitur, si plana cum ipsis continuantur, totae in iisdem sint [§. 478]; ipsa quoque plana EFGH & IKLM concurrent. Parallela igitur non sunt [§. 498]: quod cum sit absurdum, sectiones AD & BC planorum parallelorum EFGH & IKLM parallelae sunt. Q. e. d.

CRISIS.

Propositionem Euclides habet 16 Elementi XI. Initium demonstrationis propositionem inuoluit, *duas quasuis rectas, quae parallelae non sunt, productas concurrere*, quod sane, si generaliter intelligatur, verum non est. Neque enim recta, in mensae tabula ab oriente versus occidentem ducta, parallela est rectae in subiecto solo a meridie versus septentrionem ductae, neque tamen cum hac concurrat. Necesse est rectas, de quibus dici potest, eas vel parallelas fore, vel concursuras, *in eodem plano dari*, quod Illustrem auctorem hic subintellexisse, si aliquis euincere possit, ego id tantum dicam, non reticendam fuisse conditionem, qua sublata, propositio vera esse cessat, maxime, cum eius, neque apud parallelarum, neque apud conuergentium vel diuergentium linearum, descriptiones, quae hic excitantur, vlla facta sit mentio. Neque enim lector ad vocabulorum significatus, ut par est, attentus, aliter quam generali illo, quem erroneum diximus, significatu, hoc modo prolata sumere potest.

Theorema 15.

Fig: 31 500. *Si duae rectae lineae se mutuo tangentes AC & AB duabus aliis se mutuo tangentibus EG & EF fuerint parallelae, etiam plana ACDB & EGLF per ipsas ducta erunt parallela.* De-

Demonstratio.

Concipiatur AH ad planum EGLF recta & ex H ducantur HK ac HI rectis EF atque EG parallelae [§. 258]; erunt eadem HK & HI etiam parallelae rectis AB & AC [§. 495]. Perpendicularis igitur AH ad HK etiam perpendicularis est ad AB [§. 230], consequenter planum ABCD parallelum plano EFLG [§. 497]. Q. e. d.

C R I S I S.

Haec quoque propositio, prorsus Euclidea, est 15, Elementi XI, figura geometriae ab Euclidea defectu rectae AC differt, quam nos suppleuimus. Demonstrationem Illustris auctor, quemadmodum Euclides, orditur, verum cito abrumpit, atque ad conclusionem properat. Ducta enim AH plano EL recta, & rectis HI, HK rectis EG, EF parallelis, cum facile fuerit euincere, AH etiam plano AD perpendicularem fore, ex quo planorum parallelismus colligi poterat per propositionem §. 497: nihilo tamen plus concludit, quam, rectas AB, HK eidem rectae AH perpendiculares esse, unde porro, quod demonstrandum erat infert, per §. 497, quia scilicet secundum eius mentem, si recta AH perpendicularis sit duabus rectis AB & HK, etiam perpendicularis est planis AD & EL. Perspicere autem debuerat, nihil vniuersa hacce demonstratione concludi, quam plana AD, EL per rectas parallelas AB, HK transire, siue, ita posita esse haec plana, uti rectae parallelae AB, HK in iis duci potuerint. Plana autem ita posita parallela esse quis colligat, nisi forte eam, cuius supra mentionem fecimus (*Cris.* §. 498), planorum parallelorum notionem, mente conceperit?

Theorema 16.

501. *Duae lineae rectae NR & OS a planis parallelis ABDC, EFHG, IKLM proportionaliter secantur, ut nempe sit* $PR : PN = TS : OT$.

Fig.
32

De-

Demonstratio.

Iungantur puncta sectionum N & O, R & S rectis NO & RS, ducaturque recta OR; erit triangulum NOR & similiter triangulum ORS in eodem plano [§. 480], & PQ parallela ipsi RS [§. 499]. Est igitur $RQ : QO = RP : PN$ & $QR : QO = TS : OT$ [§. 268], consequenter $RP : PN = TS : OT$ [§. 167 Arithm.], Q. e. d.

N O T A.

Propositio cum demonstratione atque figura extant apud Euclidem Elem. XI, Propos. 17.

Problema 1.

Fig.
24

502. Ad datum planum ABCD in dato puncto E erigere perpendicularem EI.

Resolutio.

Ducatur ex puncto E in dato plano ABC intervallo quocunque EG circulus, & ex centro E erigatur recta EI ea lege, ut punctum I quodcunque a peripheriae punctis quibuscunque F & G aequaliter distet: erit ea ad planum ABCD in dato puncto E perpendicularis [§. 487].

C R I S I S.

Cum duo puncta F & G in solutione nominentur, duo repraesententur in figura, videri potest is solutionis sensus esse, quo adfirmetur, si rectae IE, e centro circuli in subline ductae punctum aliquod I a duobus quibuscunque peripheriae punctis F & G distet aequaliter, eam rectam IE plano circuli perpendicularem fore: quod sane falsissimum est. Neque enim punctum, ut I, ullum dari potest, siue in plano circuli, siue extra illud planum, quin ab eo ad peripheriam duci possint binae rectae aequales, infinitis modis, sic ut, si ab eo puncto ad peripheriam recta ducta sit utcunque, duci possit & alia, priori aequalis, unico eo casu excepto, cum recta primum ducta vel maxima vel minima est omnium, quae a puncto dato ad peripheriam duci possunt, rectarum. Idque, spero, leui conatu quilibet facile perspiciet. Sed cum tamen & ita intelligi so-

solutio possit, ut puncta F & G tantum exempli gratia nominata sint, cum rectam IE ad centrum E ita erigere iubeamur, ut aliquod eius punctorum I, non a duobus modo peripheriae punctis F & G, verum ab omnibus, aequaliter distet; hanc arripiamus interpretationem, tanquam eam, quae aliquibus fortasse videbitur mollior, & cui fauet §. 487 probationis loco excitatus. Hoc sensu admissio, id quidem verum erit, rectam IE plano circuli perpendicularem fore; verum tamen alia in solutione erunt reprehendenda.

Primum enim, cum in solutione problematis nihil praecipendum sit, quod, qua ratione effici possit, non ostendatur, Illustris auctor, punctum I reperiundum esse dicit, quod ab omnibus peripheriae punctis aequaliter distet, id ipsum vero, qua ratione inueniri possit, neque in antecedentibus, neque in ipso hoc problemate, vlllo modo declaret: qua in re non multo aliter facere videtur, quam si quis, rationem rectae datae parallelam ducendi ostensurus, iuberet, ut recta duceretur, cuius puncta a recta data distent aequaliter. Ego vero id ipsum doceri volo, quomodo punctum I reperiam, hoc vnum in hoc problemate mihi videtur difficile; reperto eo puncto, rectam ab eo ad punctum E ducere pulcre noui. Illud postquam ostensum non est, non magis rectam plano perpendicularem ducere scio, quam si de ea re nihil penitus legissem.

Verum fortasse inuentio puncti I lectori relictæ est, estque de eo spes concepta, fore, ut rationem aliquam ipse perspiciat, vel geometricam vel certe tentamini-mus nixam, qua punctum illud adsignet? Id si adferatur, ad alterum recurram, quod est, non recte solui problema, si plura ad solutionem adferantur, quam rei natura requirit, tantoque minus recte, quo magis eorum

rum numerus, quae praeter necessitatem praecipiuntur, abundat. Iam vero situs puncti I determinatur per eius distantias a tribus peripheriae punctis quibuscumque, sic ut, si punctum quodvis sumatur, quod a tribus peripheriae punctis aequaliter distet, idque cum centro circuli connectatur linea recta, recta haec plano circuli perpendicularis sit futura. Ad haec attentus auctor aliquis, si vel maxime difficiliora lectoris ingenio permittere vellet, inani tamen eum labore fatigare non debebat, praecipiendo, ut punctum reperiret, *ab omnibus* peripheriae punctis aequaliter distans, cum suffecerit dixisse, punctum esse inuestigandum, cuius distantiae *a tribus* quibuscumque peripheriae punctis aequales sint.

Fig.

xxxiii

Verumne aliquis demonstratorum nostrorum, quem admodum factum est, mihi nunc quoque obiiciat, me propositione niti, non ubiuis obuia, quam non demonstraui; dabo probationem eius, quod attuli, theorematis: *Punctum A, quod a tribus punctis peripheriae circuli B, C, D distat aequaliter, cum centro circuli E si connectatur, rectam AE plano circuli perpendicularem fore.* Ductis enim rectis AB & AC, quae aequales erunt *ex hypothesis*, ductaque chorda BC, erit triangulum ABC aequicrurum. Bisecetur BC in F, & ad F agantur rectae AF in plano trianguli ABC a vertice, & EF in plano circuli a centro. Recta ergo AF ab apice ad basin trianguli aequicruri ducta, quae basin bisecat, ad CF perpendicularis erit (*Prop. 12. Elem. 1.*); & recta FE e centro ad chordam BC ducta chordam bifariam secans, huic FC itidem perpendicularis (*Prop. 3. Elem. 3.*): Id est, recta CF duabus rectis FA, FE ad angulos rectos insistet. Recta ergo quoque erit FC plano AFE per AF, FE ducto (*Prop. 4. Elem. 11.*), unde & planum circuli, in quo est FC, pla-

no AFE rectum erit (*Prop. 18. Elem. 11.*); & planum AFE rectum plano circuli. Cumque & recta AD rectae AC aequalis ponatur, ducta chorda CD, eaque bisecta in G, ductisque praeterea AG, EG, demonstrabitur similem in modum, planum AEG plano circuli rectum esse. Erit ergo AE communis intersectio duorum planorum AFE, AEG plano circuli rectorum, ergo & ipsa (*Prop. 19. Elem. 11.*) plano circuli recta. Q. e. d.

Caeterum qui hanc propositionem rimari voluerit, perspiciet, methodum illi innixam, qua recta plano perpendicularis ducatur ad datum in plano punctum, non differre ab ea, quam Euclides Propositionibus 11 & 12. Elementi XI exhibet, dummodo, ut par est, ad simplicissima reuocetur.

Corollarium 1.

503 Cum triangulum IEG & quodcunque eodem modo determinatum veluti EIF sit rectangulum; evidens est, si crus vnum normae ita ad EG vel EF applicetur, ut vertex anguli recti, quem crura comprehendunt, sit in centro E, fore crus alterum ad planum ABCD in dato puncto E perpendiculare: ut adeo pateat normae usus in erigendis perpendicularibus ad planum datum in puncto dato.

Fig.
24

C R I S I S.

Etsi ratiocinium, quo hic Illustris auctor utitur, nihil quidquam concludat, ut quemlibet facile perspecturum spero; normae tamen usus, quem hic ostendit, ex eius theoria omnino sequitur. Si enim quaelibet recta, rectae in plano ductae perpendicularis, & plano perpendicularis est (§. 484); utique sequitur, ut, si normae rite constructae EDB acies vna DB adplicetur cuicunque rectae in plano ductae FB, aciem alteram ED plano rectam fore, atque secundum eam perpendicularem ad planum duci posse, puncto dato D vel E admotam.

Fig. X

Scholion

Scholion.

Fig.
24

504. Necesse est, vt normae crura non desinant in aciem tenuem, sed aliquam habeant latitudinem, vt norma ad rectam EG applicata sit ad planum recta. nec oculorum iudicium fallat.

C R I S I S.

Fig.
XI

Ad hunc locum quid primo, quid secundo, dicerem, vel quid omnino dicerem, aliquamdiu anceps haesi. Collegit Illustris auctor, quem modo vidimus, normae usum in constituendis rectis plano perpendicularibus, ex principiis a se positis. Cuius effectiois imago dum obuersatur viuidior, perspexisse videtur obscuriuscule, necesse non esse, vt, norma, quemadmodum praecepit, in plano statuta, acies eius DE in sublime erecta, plano perpendicularis sit, cum circa aciem alteram DB titubare atque reuolui possit, & ipsa quoque in planum cadere, aciei DB positu manente. Vnde sane sequebatur, plures ad idem punctum D erigi posse rectas, plano perpendiculares, & quae erant reliqua, quae ex propositione Illustris auctoris sequi vidimus, eius menti, vt videtur, prorsus contraria. Quibus perspectis, praeteruideri autem simplicia adeo, adeo plana, atque ipsis quasi oculis, dum mens normam in plano consistentem cogitat, oblata, qui potuerunt? his ergo perspectis, quid aliud expectandum fuit, quam vt nunc tandem errorem, in quo adhuc haesit, agnosceret, atque, deletis vna spongia, quae vidimus, fere omnibus, vniuersa retractaret? Id scilicet hominibus superest, quos ab erroribus immunes nec natura finxit, neque reddere potest vlla exercitatio. Quid autem in hoc statu constitutus Illustris auctor facit? normae remedium adferre studet id, quod vniuersam suam doctrinam labefactat. Latitudinem cruribus tribuit aliquam, vt, norma ad rectam in plano adplicata, ad planum recta sit, nec oculorum iudicium fallat. Atqui, quamcunque tenuem,

tenuem in aciem normae crura desinant, aciem in sublimine erectam plano perpendicularem fore ex §. 484 vidimus. Sin opus est normae crassitie aliqua, potestque oculorum iudicium fallere, si acies admodum tenuis sit, recta sane, perpendicularis rectae in plano ductae, plano perpendicularis necessario non est; id enim si esset, nemo foret tam coecus, quin norma mediante, quantumvis tenuium acierum, rectam plano perpendicularem palpando constitueret, aequae adcuratam, ac efficere posset vel lynceus.

Corollarium 2.

505. Quodsi punctum I extra planum detur, norma super plano erecta huc illucue promouenda, donec crus erectum idem attingat, si e puncto I perpendicularis IE inde demittenda. Quodsi crus normae brevius sit, quam ut punctum I attingere possit, cum filo ex puncto I extenso idem coincidere debet. Fig. 24

Theorema 17.

506. Si in plano EFGH una recta EH est ad planum ABCD perpendicularis, omnis recta IK vel LM ad sectionem HG perpendicularis est ad planum perpendicularis. Fig. 34

Demonstratio.

Quoniam recta EH est ad planum recta per hypoth. IK vel LM ducatur ipsi EH parallela (§. 258); erit IK vel LM ad HG perpendicularis (§. 230), consequenter eadem IK & LM etiam perpendiculares sunt ad rectas quascunque alias, quae per puncta K & M in plano ducuntur, veluti ad PQ & RS (§. 484), adeoque ad planum ipsum (§. 486). Q. e. d.

C R I S I S.

Hypothesis theorematis est, IK esse in plano HF ad sectionem HG perpendicularem. Quorsum ergo attinet in demonstratione IK ducere rectae EH parallelam, atque deinde id, quod esse supponebatur, ratiocinio colligere? Incipiendum fuerat: recta IK (per hypoth.) perpendicularis ad sectionem planorum HG, perpendicularis quoque est ad rectas . . . & quae
E
deinde

deinde sequuntur, non ad id factura, ut aliquid euincatur, verum uti plane persuadeamur, omnia ea, quae proxime vidimus, tantum apud Illustrem auctorem non valuisse, uti errorem §. 484 deponeret, cum nunc quoque ex eadem propositione concludat, rectam IK, perpendicularem ad HG, perpendicularem quoque fore ad PQ, & sic LM perpendicularem ad RS.

Scholion.

507. Coincidit hoc theorema cum corollario theorematis 10. [§. 493]: unde definitionem plani perpendiculis ad alterum deduximus.

CRISIS.

Si ergo hoc theorema cum corollario nuper dato coincidit, cur hoc loco, quod dictum est, repetitur? neque enim lectores, quibus aliquis geometriae gustus est, repetitionum admodum patientes novi. Tum quid sibi vult, definitionem ex propositione esse deductam? quod me non intelligere ante sum professus [Cris. §. 494].

Theorema 18.

Fig.
35

508. Sectio NO duorum planorum EFGH & IKLM ad idem tertium ADCB perpendiculare est ad idem planum perpendiculis.

Demonstratio.

Quoniam planum EFGH ad planum ADCB perpendiculare per hypoth. ex puncto O duci poterit in plano EFGH recta ad planum ADCB perpendiculis [§. 507]. Eodem modo patet, ex eodem puncto O duci posse rectam intra planum IKLM ad planum ADCB perpendicularem. Quare cum ad idem punctum O eidem plano ADCB non nisi unica perpendiculis insistere possit [§. 488], communis autem planorum IKLM & EFGH sectio NO non nisi unica recta sit [§. 482]; sectio illa communis NO erit illa perpendiculis, quae in utroque plano EFGH & IKLM ad planum ADCB duci potest Q. e. d.

Theorema 19.

Fig. 16

509. Plani KLGE, ad planum ABDC in omnibus punctis F, f &c. inclinatio eadem.

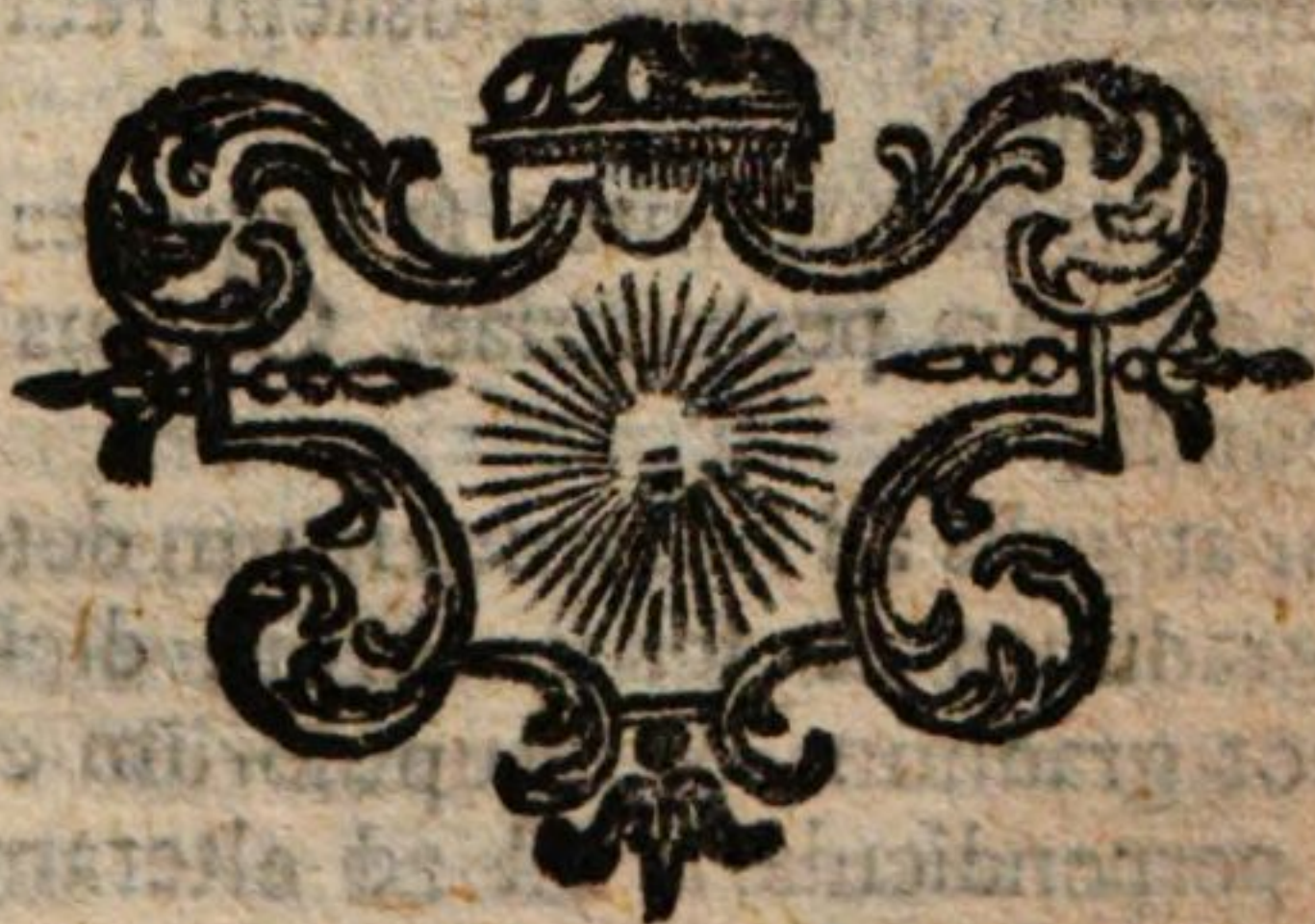
De-

Demonstratio.

Erigantur ex punctis F & f perpendiculares FH & fh in plano $ABDC$ & aliae FI & fi in plano $EKLG$ [§. 212]; fiatque $HF = hf$ & $FI = fi$, erunt HF & hf , itemque FI & fi parallelae [§. 256], consequenter etiam Hb & li parallelae ipsi Ff & $Hb = Ff$, itemque $li = Ff$ [§. 257], adeoque etiam Hb parallela ipsi li [§. 495] & $Hb = li$ [§. 87 Arithm.]. Quoniam itaque Hb & li inter se parallelae atque aequales sunt [§. 257]; erunt anguli F & f aequales [§. 204], atque adeo inclinatio plani ad id planum in singulis punctis eadem [§. 476]. Q. e. d.

CRISIS.

Theorema colligi immediate poterat ex propositione §. 496. Sunt enim duae rectae FI & fi parallelae pariter, atque FH , fh , quod si fuerit, aequales fore angulos HFI , hfi , ea propositione ostensum est. Verum Illustris auctor noster ad prima principia in demonstrationibus regredi amat, atque raro fili inchoati tenax est, cum ego exemplo clarissimorum geometrarum mihi didicisse videar, cum proximis ubique, quae nova proponuntur, connectenda esse, idque naturam disciplinae omnino requirere persuasus sim. Regressus enim ille ad remota prolixitatis causa est inutilis, geometriae vero compagem soluit, neque id praestat, quod in hac disciplina primum est, uti scilicet connexiones extensorum inter se, atque dependencias mutuas uniuersaliter ostendat.



PROBATIONIS GRATIA EXCITATA

ex Arithmetica.

- 15.[15]. Aequalia sunt, quorum vnum alteri salua quantitate substitui potest.
- [22]. Similia sunt, quae non possunt distingui, nisi per comparasentiam.
24. Similia sunt, in quibus ea eadem sunt, per quae a se inuicem discerni debebant.
- 81.[73]. Idem est aequale sibimet ipsi.
- 84.[76]. Totum est maius qualibet sua parte.
- 87.[79]. Quae aequalia sunt eidem tertio, ea sunt aequalia inter se.
- 167.[156]. Rationes similes eidem tertiae sunt similes inter se.

ex Geometria.

- 3.[3]. Congruere dicuntur, quorum iidem termini esse possunt.
19. Linea recta describitur, si punctum ab vno puncto ad alterum eadem directione moueatur.
- 21.[19]. Lineam rectam terminatam vtrinque produci posse.
- 36.[34]. Planum siue figura plana est, si e quouis puncto perimetri ad quodlibet eiusdem rectam in eadem ducere licet.
- 40.[38]. Radii vnus circuli inter se aequales sunt.
- 41.[39]. Arcus est pars peripheriae. Gradus . . Minuta . . secunda.
- 55.[53]. Vtimur angulis ad linearum situm determinandum.
- 59.[57]. Tot graduum & scrupulorum dicitur angulus, quot graduum & scrupulorum est arcus.
- 78.[75]. Linea perpendicularis est ad alteram, si cum ea efficit rectum.

- 81.[78]. Linea parallela est alteri, si vbique eandem ab ea distantiam seruat.
- 83.[80]. Lineae conuergentes sunt, quarum distantia continuo fit minor.
- 98.[94]. Quadratum est figura quadrilatera, aequilatera rectangula.
- 102.[98]. Parallelogrammum est figura quadrilatera, cuius latera opposita sunt parallela.
- 131.[127]. Datis centro & radio quibuscumque, circulum describere.
- 144.[138]. Angulus rectus est 90 graduum.
- 145.[139]. Omnes anguli recti sunt inter se aequales.
- 166.[160]. Anguli aequales congruunt.
- 168.[162]. Lineae rectae aequales sibi mutuo congruunt.
170. Rectae quarum extrema coincidunt, totae coincidunt.
- 179.[169]. Triangula, in quibus aequales anguli comprehenduntur a lateribus aequalibus, sunt aequalia & similia.
- 191.[180]. Linea recta est breuissima omnium intra eodem terminos.
- 204.[193]. Triangula, quorum latera aequalia sunt, singula singulis, sunt aequalia & similia.
- 207.[196]. Triangula laterum proportionalium, sunt similia.
- 212.[201]. Ex puncto in recta dato perpendicularem excitare.
- 213.[202]. Ex vno puncto super eadem recta non nisi perpendicularis vnica erigi potest in eodem plano.
- 218.[207]. In triangulo rectangulo duo anguli sunt acuti.
- 220.[209]. In triangulo rectangulo latus maximum est hypotenusa.
- 225.[214]. Distantia puncti a linea vel plano est recta ab eo puncto ad lineam vel planum perpendicularis.
- 230.[219]. Si duarum rectarum parallelarum vna perpendicularis fuerit ad aliquam rectam, & altera eidem rectae perpendicularis erit.
- 232.[221]. Parallelae eidem tertiae sunt parallelae inter se.
- 238.[223]. Perpendiculara aequales parallelarum partes interceptiunt.
- 256.[241]. Perpendicularares eidem tertiae sunt parallelae.
- 257.[242]. Parallelae inter parallelas sunt aequales. Et quae rectarum parallelarum & aequalium extrema

trema connectunt lineae rectae, sunt parallelae & aequales.

258.[243]. Per datum punctum rectae datae parallelam ducere.

268.[253]. Si in triangulo basi parallela ducatur, segmenta crurum cruribus proportionalia sunt.

338.[321]. Super data recta quadratum construere

363.[345]. Areae cuiusdam campestris ichnographiam perficere.

374.[356]. Quadrata aequalia sunt, quorum latera aequalia sunt.



P O S T S C R I P T A.

DVm haec typis excuduntur, offertur excusatio locorum quorundam Geometriae Illustris Wolfii, quae in programmate notaueram, nouorum litterariorum Hamburgensium folio LIII huius anni, pressis auctoris nomine atque habitatione. Logicalis quidem ea est maximam partem, non geometrica, sed eo tamen concepta sermone, qui cum plurimis beniuolentiae testimoniis gratias a me exigit, tum plane postulat, vt, cum Anonymum eum queritantem videam, perspicui a se non posse, qua in re loca a nobis notata peccent, speciminibus aliquibus ostendam, apud quem eius rei causa sit. Quibus si vti in rem suam nouerit, ille quidem magno beneficio mactatus discedet; sin vti noluerit, vel nesciuerit, ego tamen laudationibus eius, vt causae deessem impelli, exemplo corui a vulpe laudati monitus, non potui. Maxime, cum eadem excusationes Berolinum quoque transmissae sint, atque nouellis eius vrbis publicis, tanquam ingens causae Wolfianae praesidium, inseri coeptae.

Die erste Definition, die der Hr. Prof. für fehlerhaft urtheilet, ist die Erklärung der *figurae planae*, die der Hr. Wolf definiret *quod sit figura, in qua e quouis puncto perimetri ad quodlibet eiusdem rectam ducere licet.* . . . Ich habe nicht absehen können, aus welchem Grunde sie für fehlerhaft zu erklären wäre. Es ist eine *definitio nominalis accidentalis*, die eine *possibilitatem modi* ausdrückt, und zeigt das angeführte ihre Richtigkeit.

Quin potius excusatio haec definitionem multo deterio-rem reddit. Ego definitionem *figurae planae* ab Illustri Wolfio traditam non reprehendo, sed id, quod eam definitionem plano adcommodet, atque adeo plani notionem cum notione *figurae planae* confundat, quae vtique multum diuersae sunt. Planum enim natura sua infinitum est, neque terminis continetur; figura autem plana est planum vndique terminatum. Verum anonymus definitionem ita exscripsit, vt iam ne *planae* quidem *figurae* soli competat, omisso eo, quo vno *figurae planae* a curvis distinguuntur, vt secundum eius definitionem omnes *figurae* sint *planae*. Quaelo enim, an non a quouis pun-

cto ad quoduis recta duci potest? Et si ea sint puncta perimetri alicuius figurae, potestne duci recta an non? Potest ergo duci recta a puncto perimetri figurae curuae ad aliud eius perimetri punctum: quid enim prohibet? Ergo figura quaeuis curua erit plana. Quis iam melius cum Illustri Wolfio agit, ego, qui errores, quos vere commisit, corrigo, an anonymus, qui nouos ei impingit, quos non commisit? Fieri enim non potest, quin ii, qui definitionem in eius excusatione primum legunt, multo magis eam peccare iudicent, quam peccat: cum Illustris Wolfius probe obseruauerit (*Geom.* §. 36.), figuram planam a curua eo distingui, quod rectae, quae duo quaeuis perimetri puncta connectunt, in illam cadant omnes, in hanc non cadant. Pergit deinde

Bei den Erklärungen von den *Lineis conuergentibus*, quod sint lineae, quarum distantia continuo fit minor, und diuergentibus, quod sint lineae quarum distantia continuo fit maior, finde ich ebenfalls nichts auszusagen. . . . Es ist kein Fall zu ersinnen, da den *lineis conuergentibus* oder *diuergentibus* dieser Charakter nicht zu komme; es fallen auch keine *Objecta* vor, die ihn mit denselben gemein haben. Daher es ein *character perpetuus* ist, und folgendes bleibt die Erklärung richtig.

Quid autem, si duae rectae, quarum distantia continuo fit minor, non fuerint in eodem plano, conuergentne, an non? conuergent utique secundum definitionem, sed tamen productae non concurrent, quod Illustris Wolfius futurum adserit *Geometriae* §. 264. Id ipsum ergo reprehendo, quod additum non sit, rectas, de quibus definitio agit, in eodem plano intelligi debere. Minutiae sunt hae: verum ipsae hae minutiae neglectae effecerunt, ut in capita *Geometriae*, quae crisi nostra illustrauimus, tot tantique errores irreperent, quot quantosque, si quis in alio quocunque libro geometrico notauerit, eius ego patientiam in legendis examinandisque huius generis monumentis vehementer sim admiraturus.

Excusat porro & alias definitiones, eum in modum, cuius specimen subiunximus:

In dem §. 443 werden dem *Corpori regulari* nicht mehr
und

und nicht weniger *praedicata* bengeleat, als es zu unterscheiden erfordert wird. Es ist also die Definition adäquat und richtig. Die irregularen Körper aber verhalten sich *opposita ratione*, und sind entweder von *irregularibus* und *aequalibus* oder *regularibus* aber *inaequalibus* oder *irregularibus* und *inaequalibus planis* terminirt.

Quaeso autem te, mi logice, unde scias, quae hic adfirmas, nec plura nec pauciora in definitione Wolfiana *praedicata* inesse, quam quae corpori regulari conueniunt? Quia scilicet nec plura nec pauciora vir Illustris attulit. Miserum me, qui huius argumenti pondus non ante perspexi, quam crisin in hunc locum concepi. Nondum typi compositi sunt: verum, quae scripsi, scripsi. Quod vero conclusionis loco ponis:

Mit den übrigen Erklärungen wird man eben so leicht verfahren und ihre Richtigkeit zeigen können.

Am facile sane est, quam vulpes pirum comest, secundum conuersam propositionis, quae pulchra, sunt difficilia.

Ich komme nun auf die *theoremata incompleta*. Man wird diese Eintheilung der *theorematum in completa & incompleta* vielleicht nicht in allen Logiken antreffen. Sie hat aber doch ihren guten Grund &c.

Ego vero *theoremata in completa & incompleta* non sum partitus, nec partiri magis velim, quam aurum in verum & comicum. Quae propositiones incompletae sint, hisque similia, cui a logicis discenda sunt, eum miserum admodum geometram existimo, utique si in eos inciderit, qui subtilissimis suis subtilitatibus verum adeo subtile reddunt, ut cernere deinde prae subtilitate ne ipsi quidem possint.

Quae sequuntur monita ex folio LIV nouorum excerota sunt.

Weil in dem 255 §pho eine iedwede *conditio* die *rat. suff.* von dem *consequenti* in sich hält, so sind alle drey *theoremata completa*, und fällt folglich die benaemessene Unvollständigkeit weg. Ich habe nicht finden können, was den *theorematis* könne fehlerhaftes bengeleget werden.

Was ich in §. 261, 262 von den *Lineis conuergentibus*

und *diuergentibus* antreffe, finde ich völlig bestimmet, und sehe folglich keine *incompletion*. Weil aber der Hr. Prof. die Definition von den *Lineis conuergentibus* und *diuergentibus* für fehlerhaft erkläret, aber dagegen uns seine Gedanken nicht eröffnet, so kan ich auch eigentlich nicht sehen, wie die vermeinte Unvollständigkeit zu heben sey.

Iam autem, postquam dixi, quam ob rem definitiones rectarum conuergentium vitiosae sint, perspicere fortasse anonymus potest, cur propositiones has incompletas dixerim. Falsae scilicet sunt, nisi tres rectae, de quibus agunt, in eodem plano fuerint. Non notassem eas, cum conditio per incuriam excidisse possit videri, nisi ea, quae crisi illustrauimus, euincerent, vniuersaliter ab Illustri Wolfio intellectas fuisse, sic certe adplicatae vel hae ipsae, vel his similes propositiones sunt, quasi conditione, quam diximus, nihil foret opus.

Quae sequuntur, nos ad figuram 19 adcommodaui, litteris indicibus mutatis. Recta DE hic nihil opus est, per A autem descriptae centris B & C peripheriae intelligi debent.

Was im 197sten *Spho* angetroffen wird, wird auch seine Fig. 19 Richtigkeit behalten, wenn man nur die radios BA und CA so annimmt, wie sie die dabey gesetzte Figur bestimmet, nemlich daß sie sich an ihren Enden berühren. Wenn man demnach das *theorema* ohne Figur bestimmen wolte, würde es also lauten: Si ex punctis extremis rectae alicuius datae, radiis mutuo contingentibus & qui iunctim sumti recta data maiores sunt, describantur circuli, illi se mutuo secabunt. Welches wol seine Richtigkeit behalten wird.

Quod propositionem ita, vt anonymus, interpretatus non fuerim, ratio est, quod ea mihi in Illustrem Wolfium minime licere iudico, quae sui isti sibi sumunt. Nam & parentes in liberis multa ferre video, quae alieni si committerent, vehementer offenderentur. Monitor enim anonymus propositionem a se retractatam, non modo erroneam reliquit, verum & additamentis suis plane reddidit ridiculam. Prius perspiciet, qui sumtis BC vt 1, BA vt 2, & AC vt 3 peripherias centris B, C describere tentauerit. Coincident enim radiorum extrema alicubi, sed peripheriae sese non secabunt. Posterius autem patebit

patebit consideranti, cum anonymus rectas BA , CA eiusmodi velit, quae sese contingant, veluti in A , id scilicet eum dicere, eiusmodi sumendas esse rectas, e quibus triangulum ABC possit construi. Cum ergo theorema eam ob rationem propositum sit, ut declararetur, quatenam sint latera, ex quibus triangula construi possunt, omnium simul sumptorum sensus erit, effici triangula ex iis lateribus posse, ex quibus effici queant. Non emendo propositionem, ne anonymo occasionem praeripiam, ingenium in re leuissima, & vel tyrunculis nota, porro exercendi.

Der §. 205 enthält kein *theorem*, sondern *problem*, welches man zwar nach den Regeln von der Transmutation der *propositionum* als ein *theorem* ansehen kan: weil aber der Hr. Prof. die Auflösung des *problematis* vor richtig erkennen wird, in dem ich nicht finde, daß in dem *catalogo* der *solutionum* in seinem Aufsatz die gegenwärtige getadelt wird, so wird das *Problem* zu retten nicht nöthig seyn; welches auch vor sich seine Richtigkeit behält, wenn man beobachtet, was bey dem §. 197 ist angeführt worden.

Problem Illustris Wolfii ad figuram 19 adcommodatiss litteris est: datis tribus lateribus BC , CA , AB quorum duo simul sumta, AB & AC tertio BC maiora sunt, triangulum construere. Quod an fieri sub his conditionibus semper possit, ille videbit, qui, sumto BC ut 1, AB ut 2 & AC ut 3, rem tentauerit. Cum vero anonymus e concessis argumentatur, ac, quod solutionem non reprehendi, nec *problem*a reprehendi a me posse ait, verba fundit, sensu nimium cassa. Ego cum propositionem hanc falsam dixi, id volui, verum non esse, ex tribus rectis, quarum duae tertia maiores sunt, triangulum construi semper posse: neque quemquam, qui sensu communi utitur, latere posse credidi eam sermonis mei sententiam. Tota ergo propositio falsa est, non conuenit antecedens consequenti; solutio, *problemati*. Quisnam alio sensu propositionem falsam vnquam adpellauit? vel cui excidit dicere, qui subiectum propositionis possibile esse concedit, eum quoque, praedicatum subiecto inesse, concedere debere? Id enim est, vel huic saltem simile, quod anonymus adfert, concessa solutione concedi debere

debere problema, id est concessio, peripherias datis centris & radiis describi posse, concedendum quoque esse, triangulum ex iis radiis atque centrorum distantia posse construi. Quod autem ad ea attendere iubet, quae ad §. 197 monuerat, ut scilicet non alia ad triangulum construendum latera adhibeantur, quam ex quibus construi triangulum potest, admodum sapienter facit. Sic pueri, cum auium capiendarum rationem aequales docent, acutissime praecipunt, ut earum caudas sale perfricent.

Bei dem 451 §. wil ich die resolvirte Demonstration des Herrn Wolfs anführen, welches vielleicht der kürzeste Weg seyn wird, die Wahrheit des *theoremat*is zu zeigen.

Quicumque anguli distingui nequeunt, nisi per angulos planos, quibus continentur; illi distinguendi sunt vel per numerum, vel per magnitudinem, vel per ordinem angulorum planorum, quibus continentur:

Anguli solidi &c. (per def.)

Dici vix potest, mi logice, quam tu operam & oleum apud me perdideris, hanc syllogismorum telam contexendo. Vix enim mentalem illam tuam syllabizationem inceperas, cum ego syllabizare quoque coepi: Hoc. fal. sum. est. quem. ad. mo. dum. in. cri. si. ad. hunc. lo. cum. o. sten. di. da. tur. e. nim. quar. tum. Atque hoc effecit, ut ad reliqua, quae huic propositioni superstruxisti, parum essem attentus, donec ad illud peruenisci;

Anguli solidi, in quibus numerus & magnitudo aequalis & ordo idem angulorum planorum, quibus continentur, sunt aequales (per §. 449 geom. lat. welchen der Gelehrte Herr Prof. als richtig zugiebt).

Quod, quemadmodum concedam, ex crisi ad hunc locum perspicui potest. Ad argutum illud

Es ist noch anzumerken, daß der Herr Prof. das *Theorema* dieses Absatzes, nicht aber die Demonstration für falsch erklärt. Ich glaube wenn die Demonstration richtig, so sey auch die conclusion, die das *theorem*a enthält, gewiß.

Ego contra credo, si *theorem*a falsum sit, demonstrationem quoque falsam esse. Caue quaeso, mi anonyme, ne subtilitatibus illis tuis id tandem conficias, ut ne pro logico quidem habere. Nos certe, qui sensu communi utimur

timur, ita concludentes non ferimus. Satis reprehensam putaui demonstrationem hanc, cum theorema reprehendi.

Ex tertia excusationum parte, quae nouorum folio LV habetur, nihil excerpti; ex quarta, folio LVI, locum adferam, quo vel solo persuaderi anonymus potest, amice cum eo me agere, dum ei adperio, perpauillum esse, quod in geometricis intelligit, si omnino quidquam est, & non potius minus nihilo. Conuertere in sermonem vernaculum voluit §. 504. Illustris Wolfii, qui inter eos habetur, quos crisi illustrauimus. Id hunc in modum effecit: Wenn ich eine zum *plano* gezogene verpendicularar Linie durch ein Winkelmas probiren will, oder sie vermittelst dieses aufrichten; so müssen die Schenkel des Winkelmasses nicht allzuscharf zugehen, sondern einige Breite haben, daß die Seite des Schenkels in dem Winkelmas, welche an die gerade Linie, so auf dem *plano* gezogen ist, angelegt wird, *ad lineam rectam* auf dem *plano* stehe, und mich das Augenmas nicht betriege. Quae versio quam misera sit, dici vix potest. Quid enim sibi vult: Daß die Seite des Schenkels in dem Winkelmas, welche an die grade Linie, so auf dem *plano* gezogen ist, angelegt wird, *ad lineam rectam* auf dem *plano* stehe? Expressere scilicet anonymus voluit illud Illustris Wolfii, *ut norma ad rectam in plano adplicata sit ad planum recta*. Ea verba quid significant intelligo; sensum eorum, vel salium quemquam, in versione non deprehendo. Discat ergo anonymus, *planum plano rectum* dici, quod alias & *plano perpendiculare* dicimus: & eodem sensu & *lineam plano rectam* vocari, quae plano ad perpendicularum insistit. Et discat quidem hoc vel ex §. 494. Wolfii sui, quo planum plano rectum, & planum plano perpendiculare, tanquam locutiones synonymae, eadem definitione explicantur. Eo facto videbit, ita conuertenda fuisse, quae reprehendi: Daß das Winkelmas, nach dem man es an die gerade Linie angebracht, welche in der Ebene lieget, auf der Ebene selbst senkrecht stehe.

Atque haec ad huius excusationes sufficiant; confido enim, lectores eadem mecum sensuros, inaniter admodum me tempus insumpturum, si quod his dare praeterea velim. Quid enim excusationibus iis effecit anonymus, praeter quam vt ostenderet, memoria comprehendisse se

Illustris

Illustris Wolfii elementa aliqua, nullo modo intellecta, reliquorum geometrarum nullum cognouisse? Nihil praestat aliud, quam ut Ill. viri dicta repetat, ac vere posita esse confirmet, quia posita a Wolfio sunt, vel ad summum aliis propositionibus, quae cum illis proxime connexae sunt, aut figuris illustret, id vero dum facit, aut si omnino aliquando plus dicere audet, bene a Wolfio dicta corrumpat. Quod profecto non fecisset, neque excusationem omnino suscepisset, si vna Euclidis Elementa legisset, intellexisset, atque fando audiuiisset vnquam, nullum ab omnium sectarum, omnium nationum omniumque saeculorum philosophis, errorem in iis detectum, qui cuius momenti sit; tum testes a testibus distinguere, & quantum cuique testimonio probabilitatis inest, statuere didicisset. Ea ergo, quae diximus, sola praestat, nisi id aliquid est, Dialecticae praecepta crepare in rebus facilis, quae naturali ingenii sagacitate, leui accedente exercitio, si quis perspicere nequeat, eum profecto omnium logicorum institutiones rationalem non magis efficient, quam mutum reddere eloquentem possint praecepta rhetorum: nisi illud potius verum est, quod SENECA dicit Epistola XLVIII, *& comminui & debilitari generosam indolem, in istas argutias coniectam*; quam epistolam, quaeque illam proxime sequitur, legendam logico meo, quique ei sunt similes, commendo. Quae quidem omnia me fortasse induxissent, ut penitus a respondendo superederem, nisi & promissis satisfaciendum aliqua ex parte fuisset, & commode sese mihi obtulissent excusationes hae, quibus ea confirmarentur, quae in programme dixi, minime omnium ab iis Illustris Wolfii scripta intelligi, qui eius sectatores sunt acerrimi, & si quae sunt alia. Et si enim ea res scriptis mathematicis, quae a Wolfianis aliquibus passim edita sunt, abundantissime comprobetur, recens tamen aliquod specimen illis accedere, quod absque invidia lectori exhiberi posset, optabile fuit. Ea vero commoditas in excusationibus nouellarum inest, cum nomen auctor atque habitationem studiose adeo celauerit, ut dicere mihi aperte, quae sentirem, liceret, non aliter, quam mores peruersi taxantur generatim, nemine singularim denotato, neque ea re me famae nocere velle auctoris, vel si quae in eo inest facultas, qua prodesse rei publicae

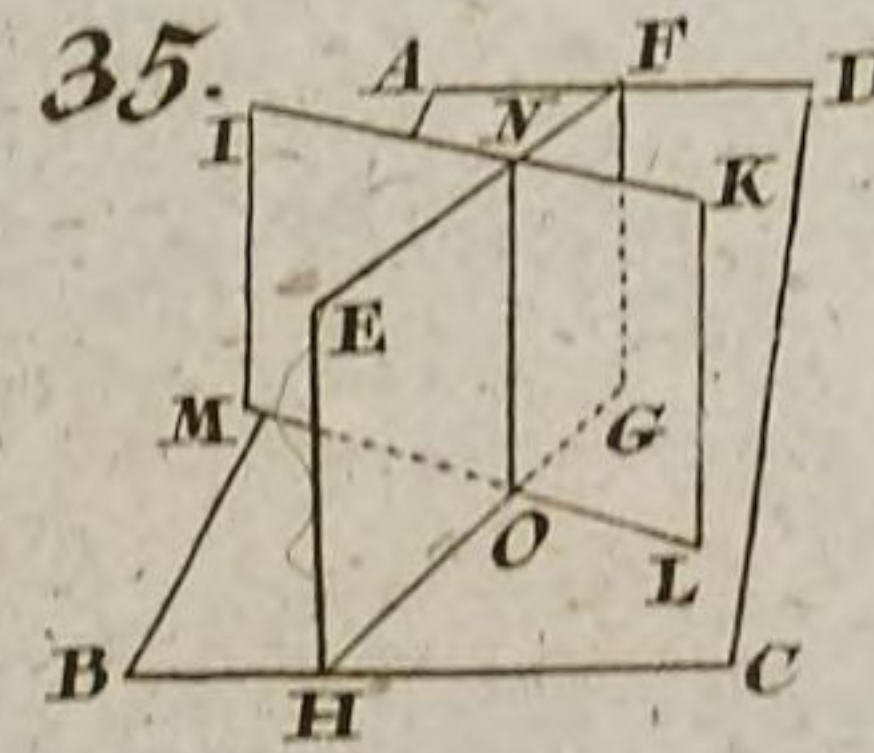
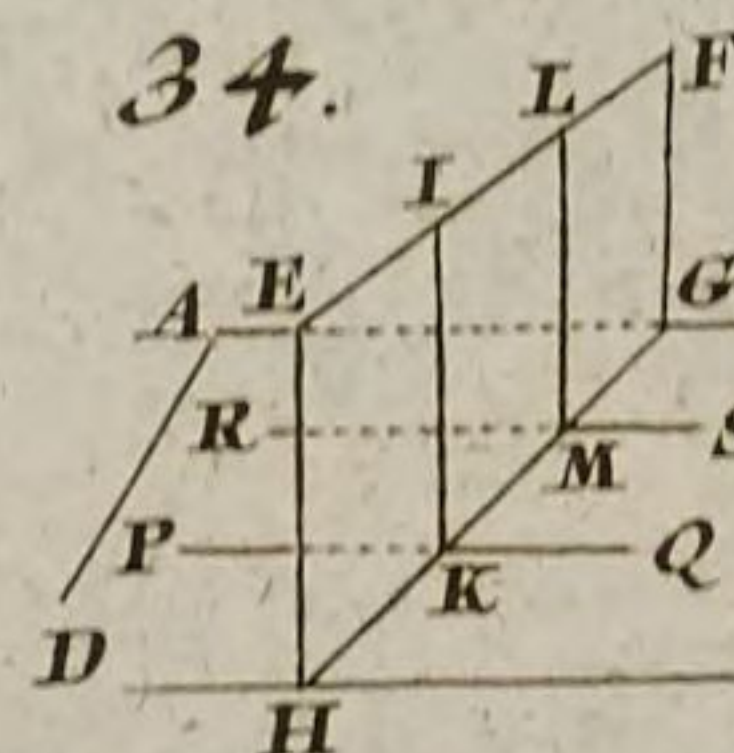
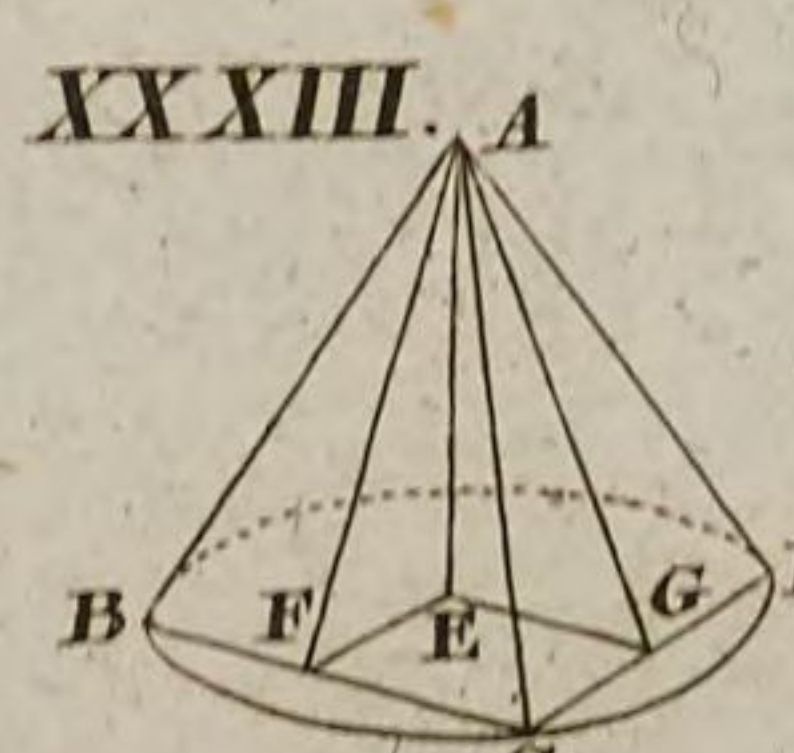
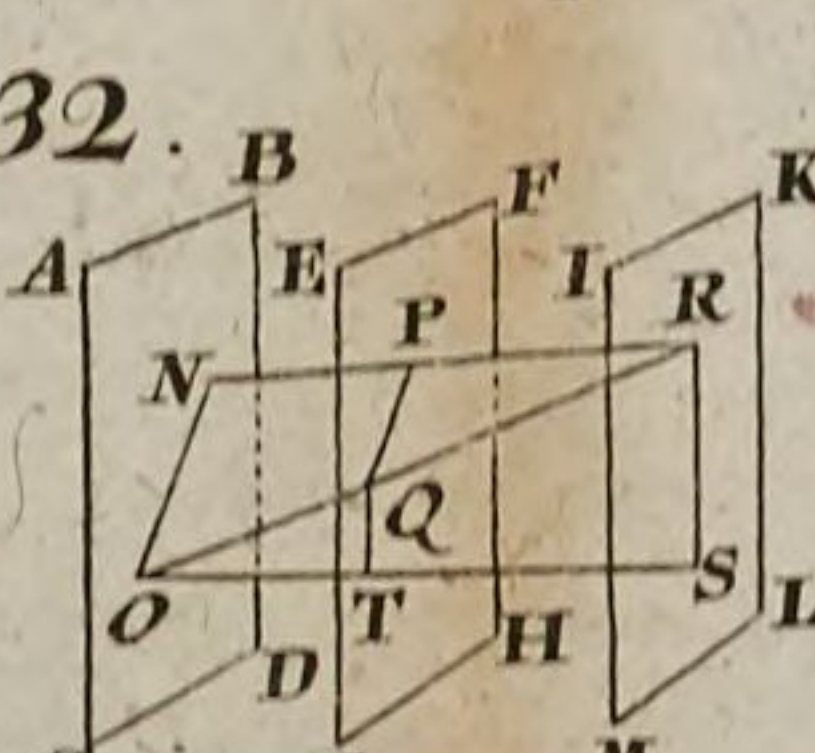
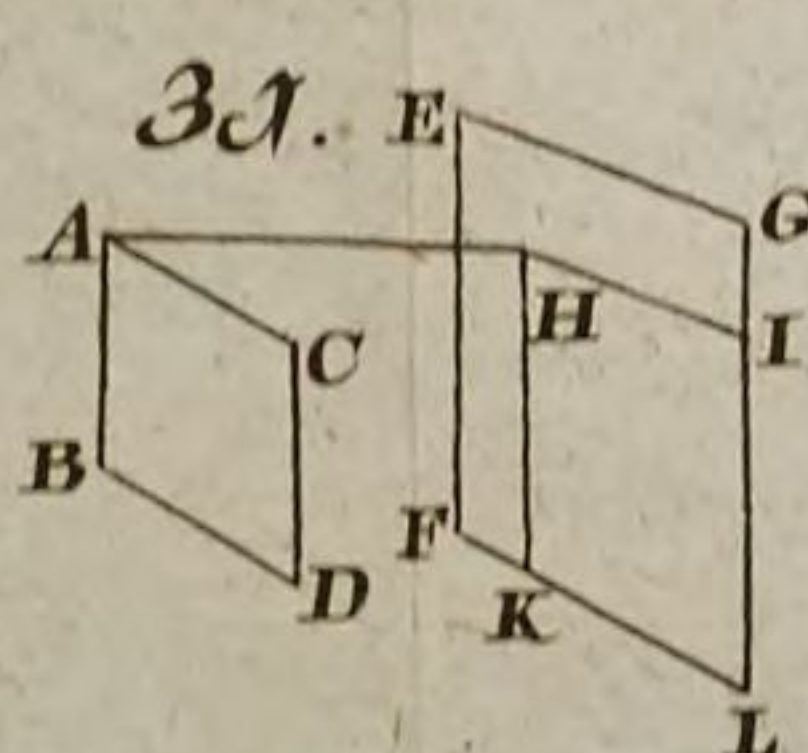
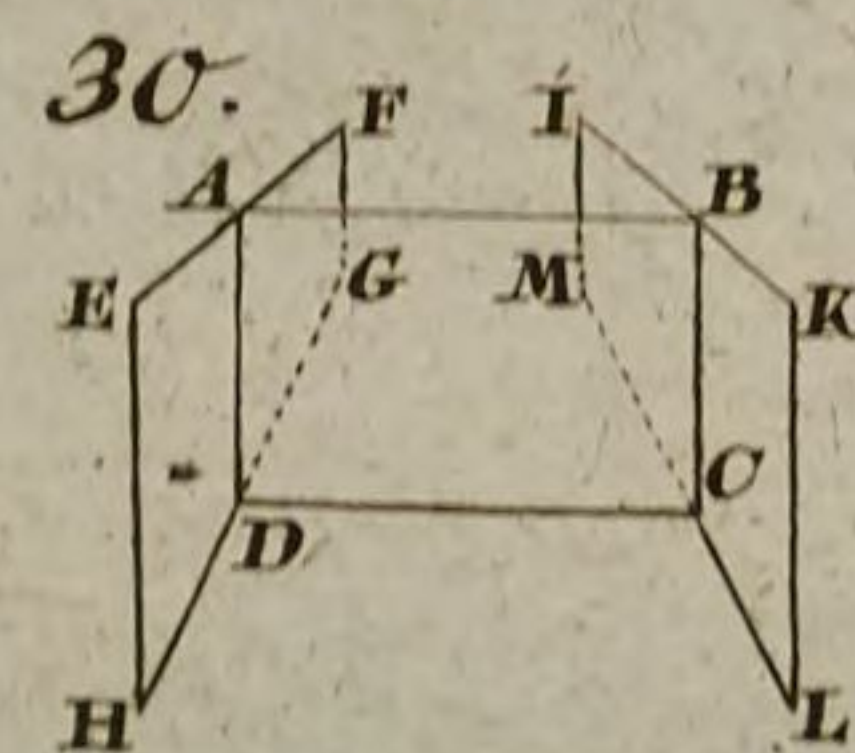
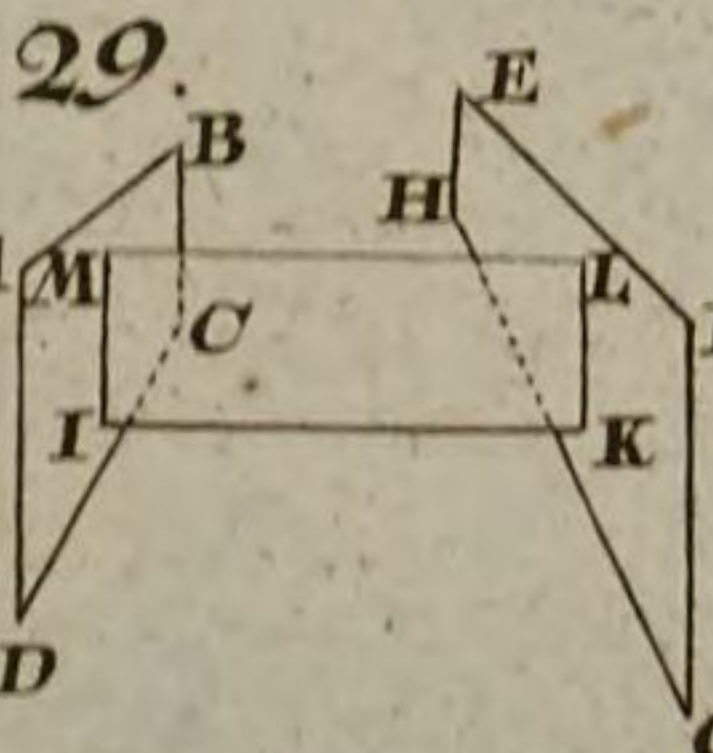
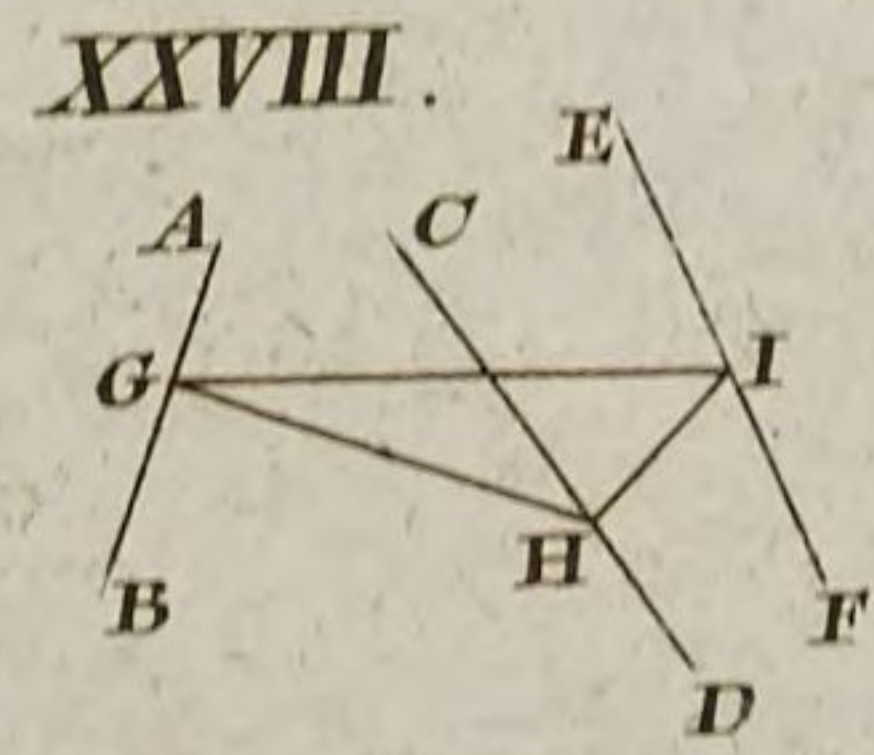
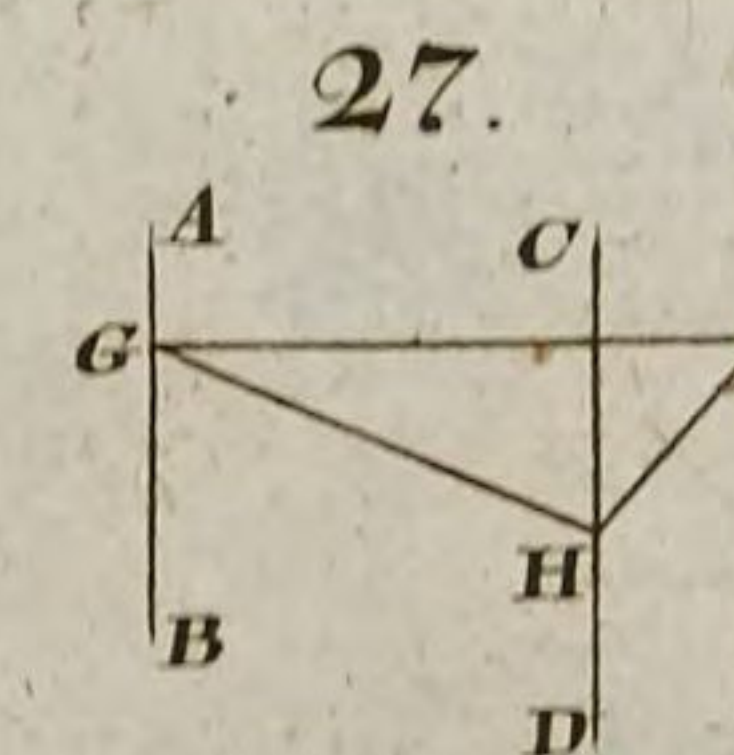
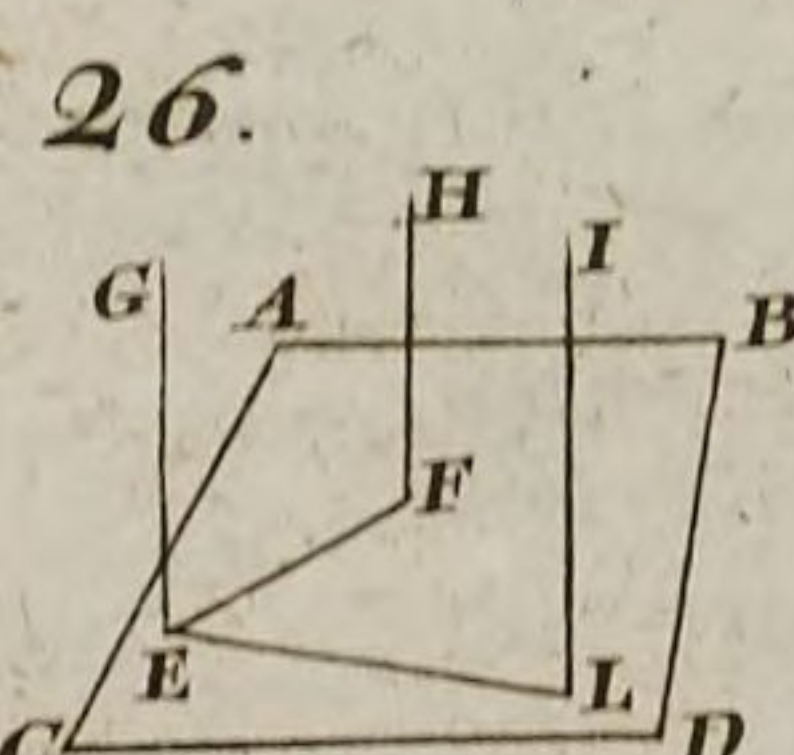
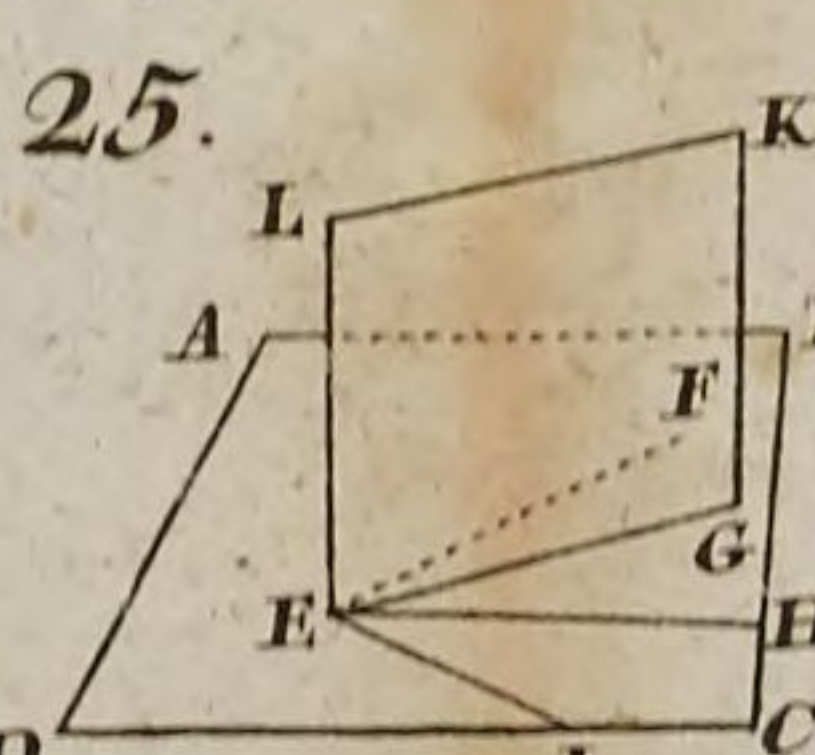
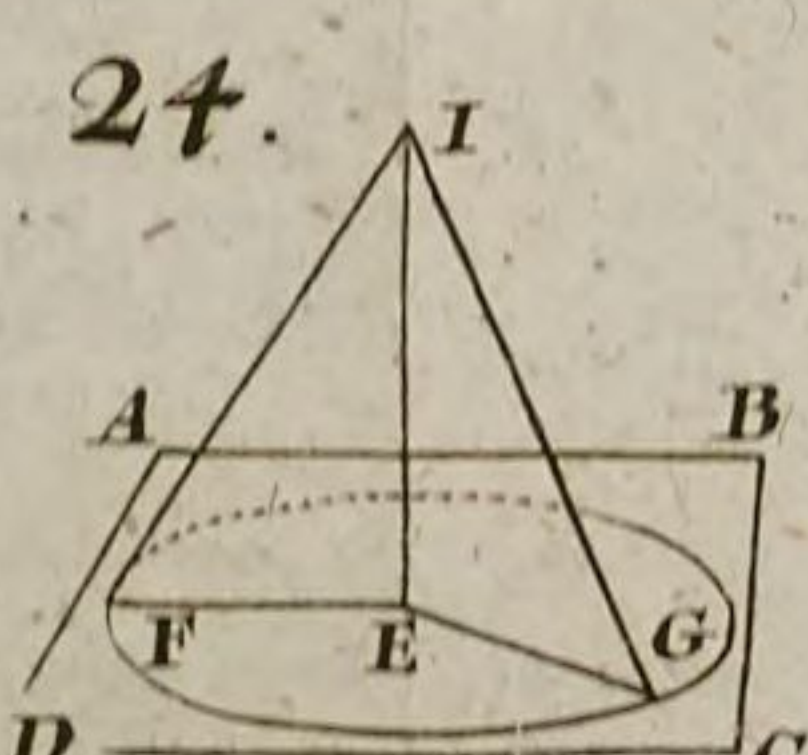
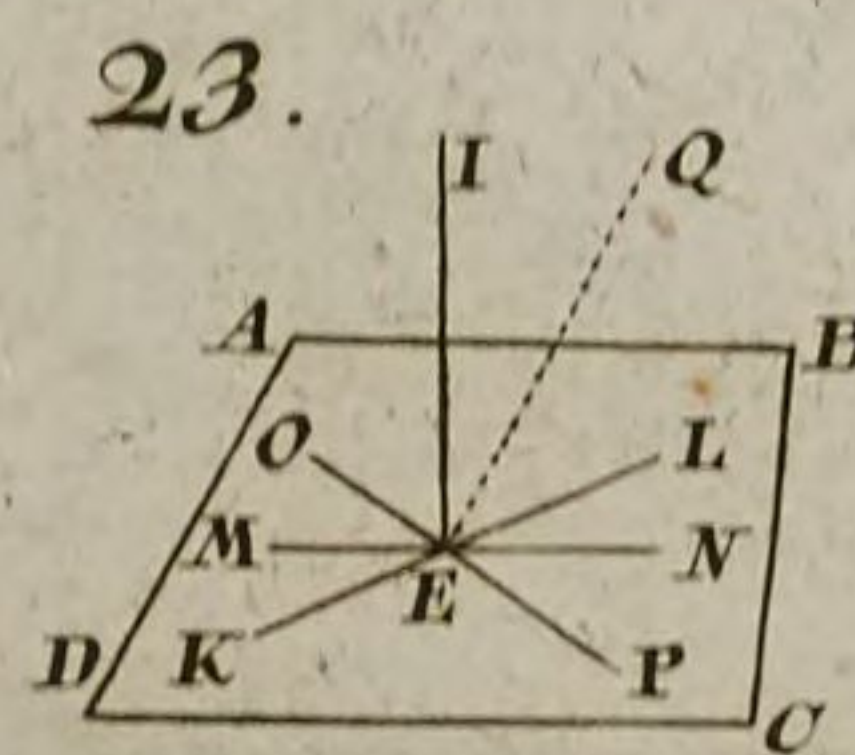
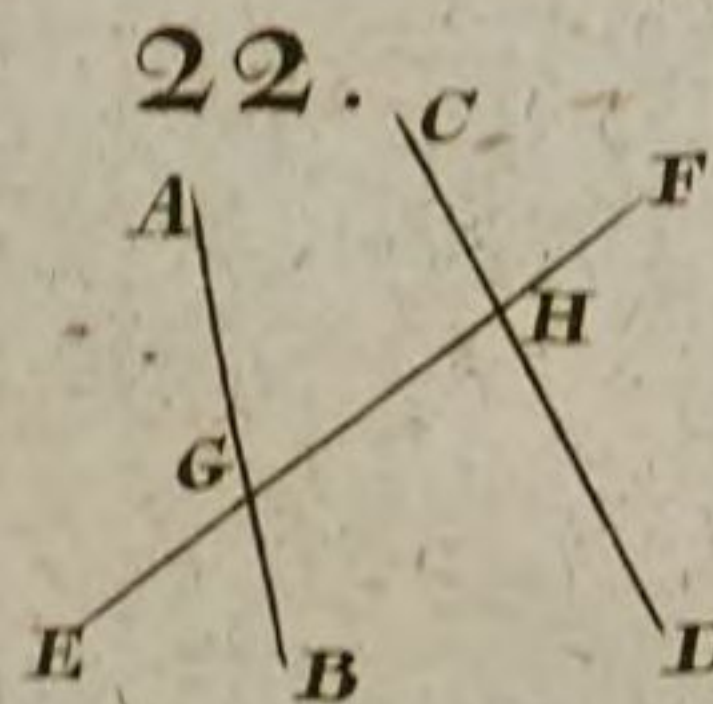
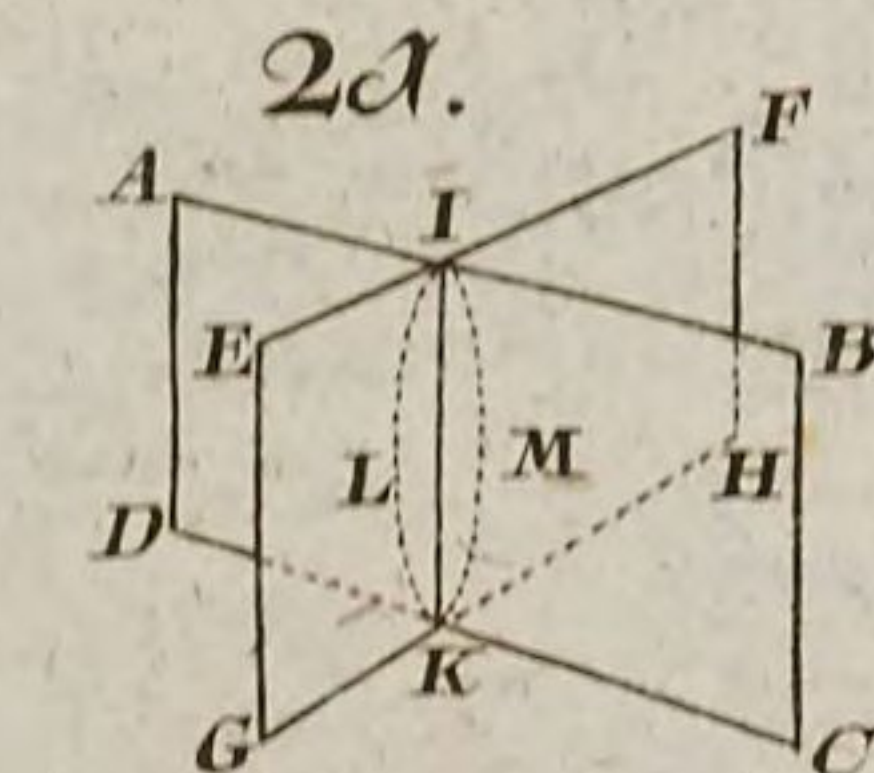
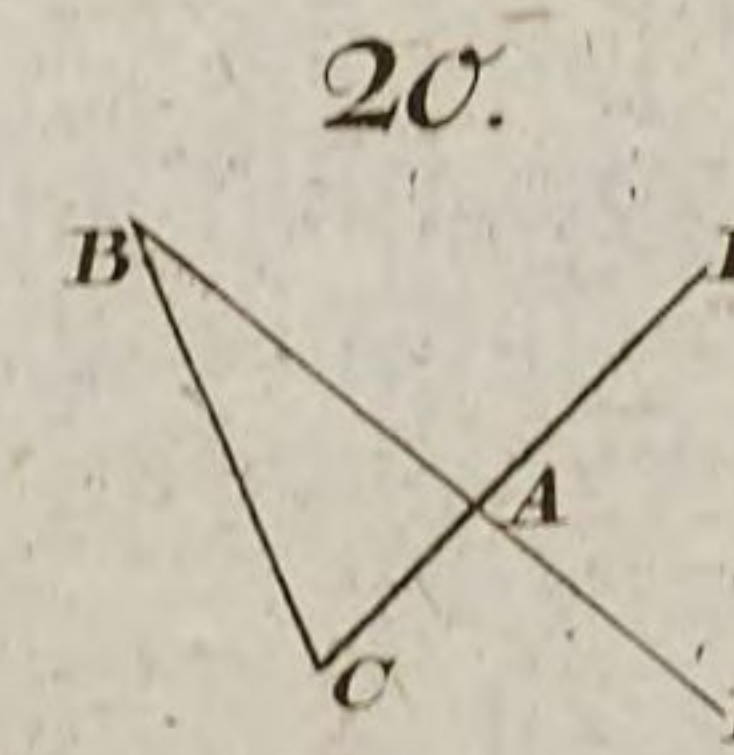
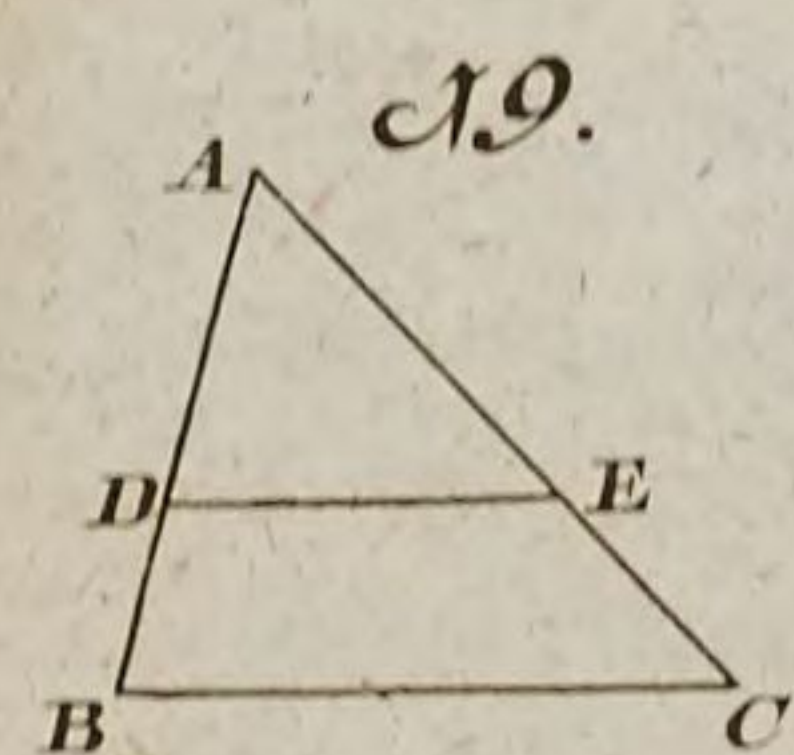
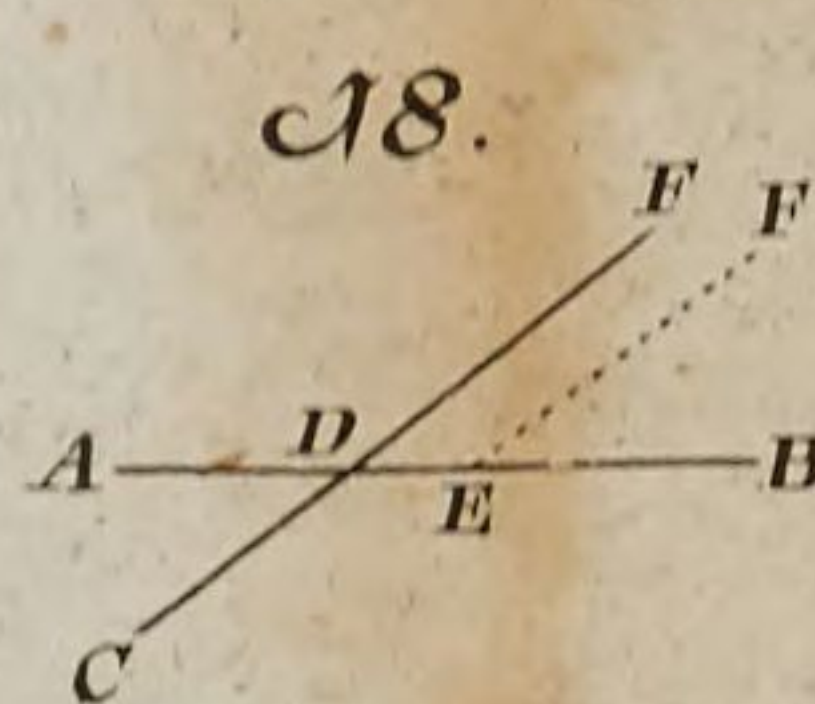
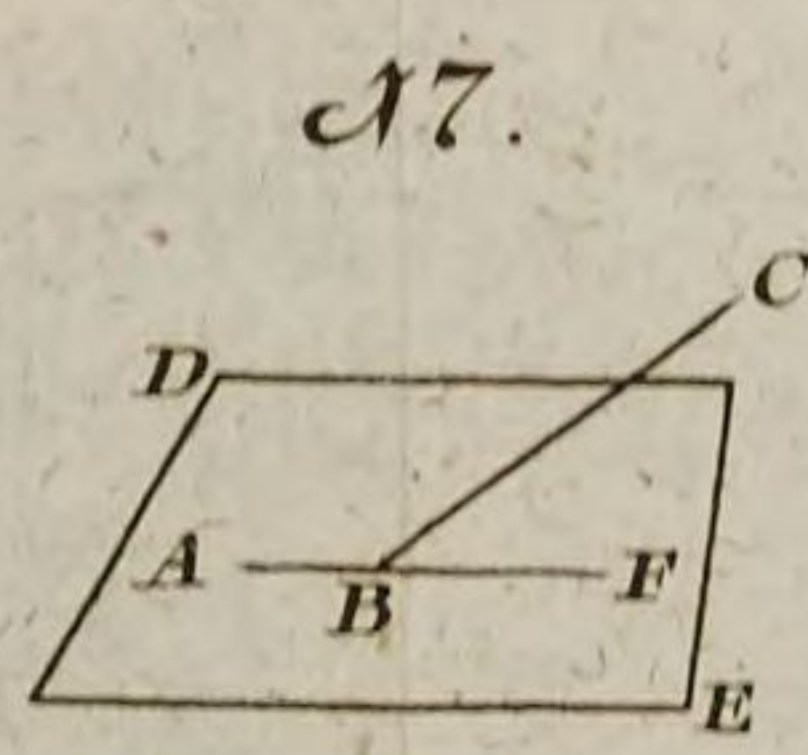
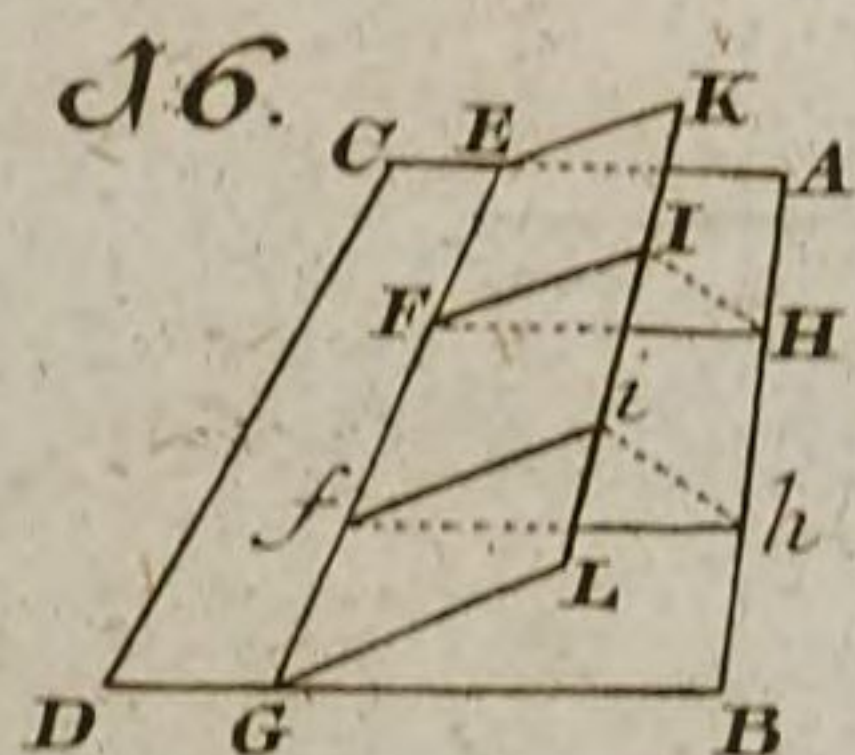
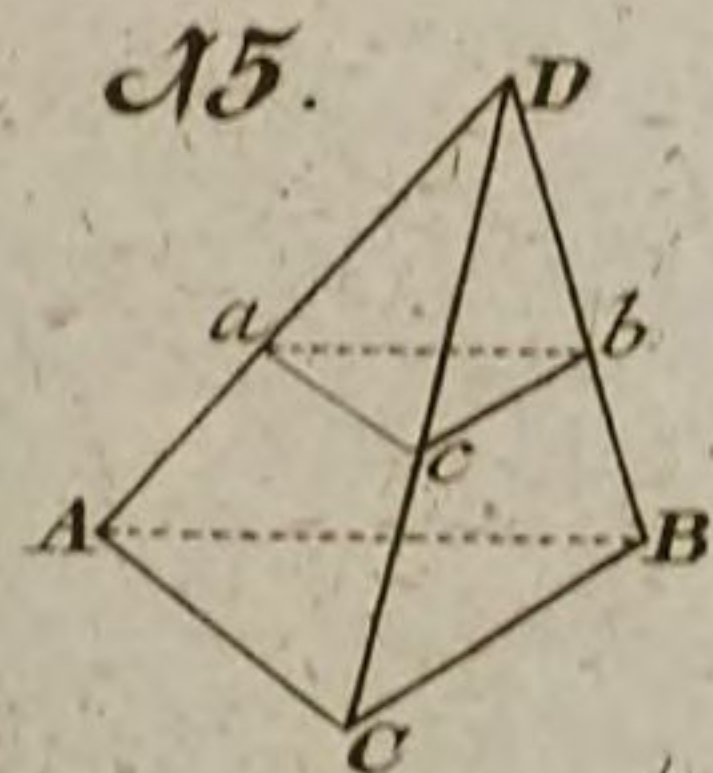
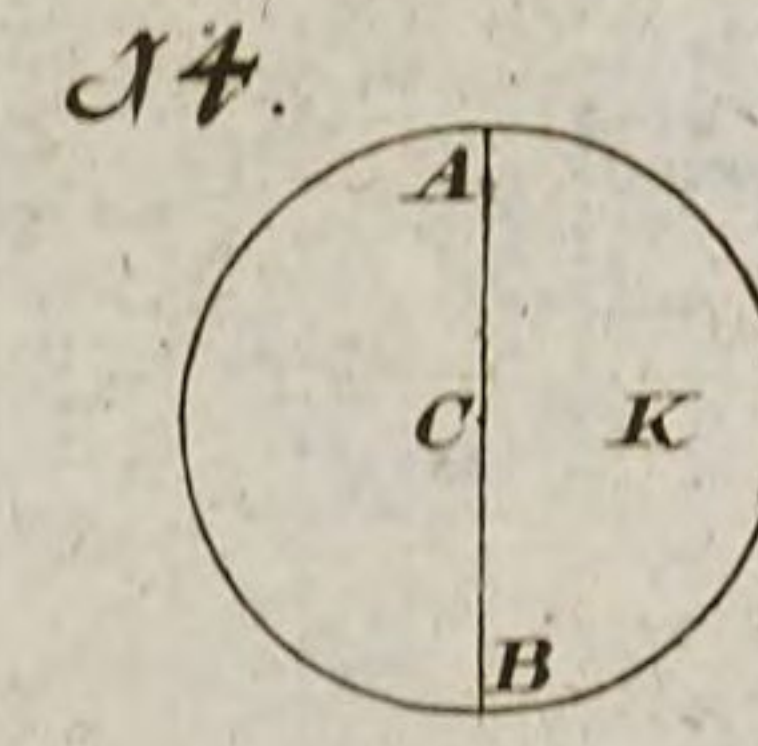
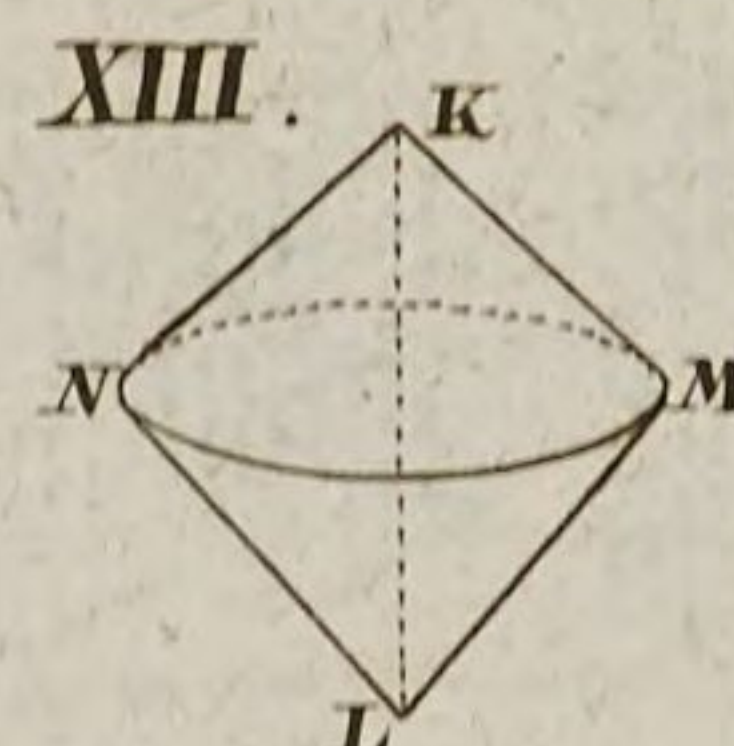
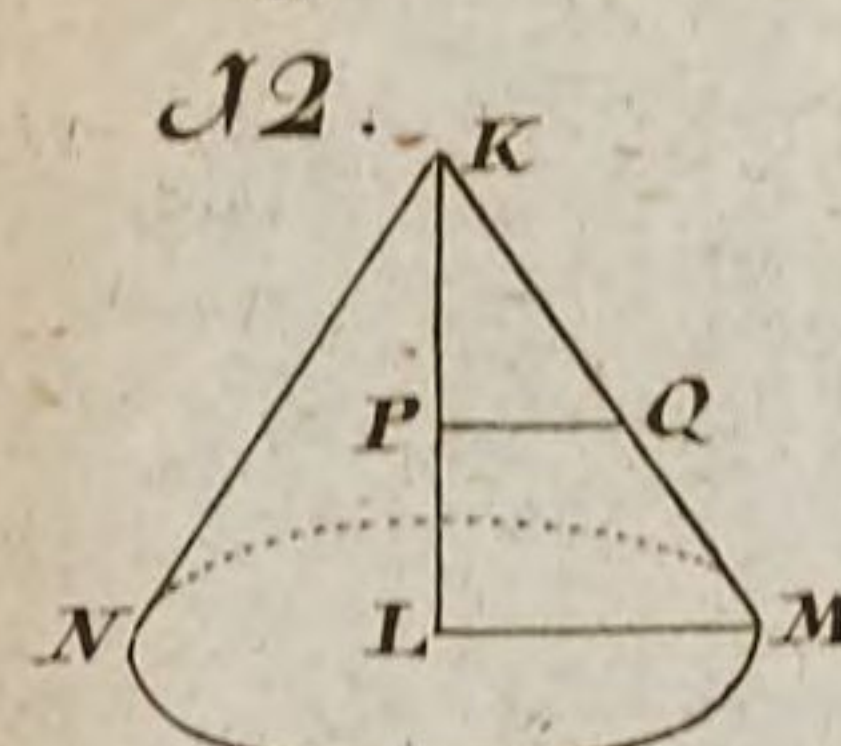
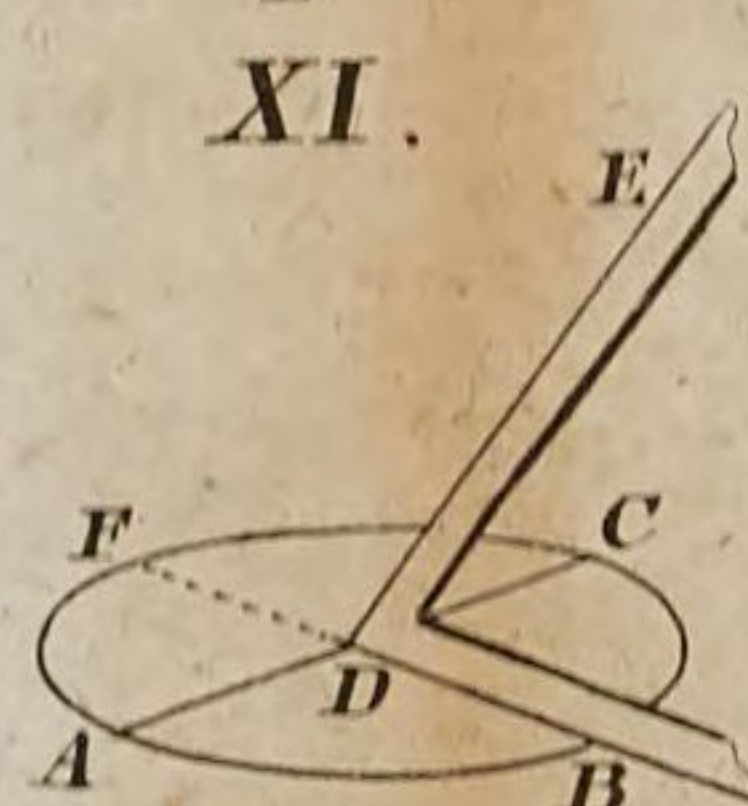
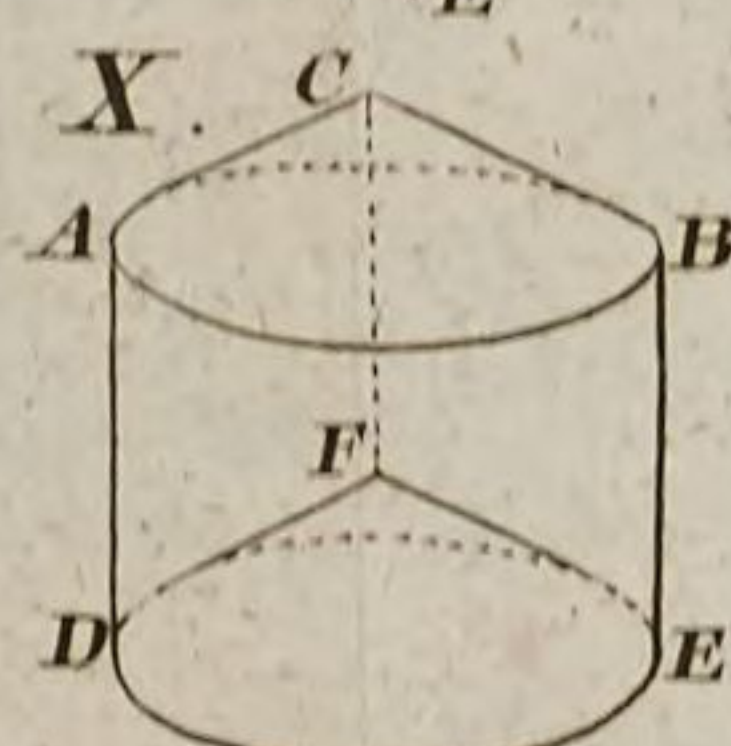
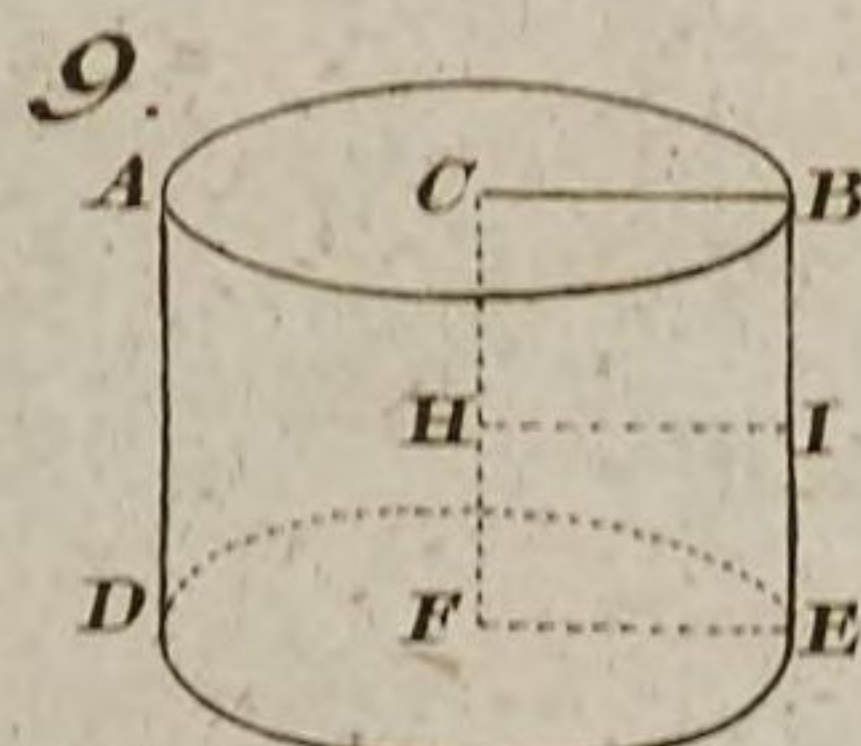
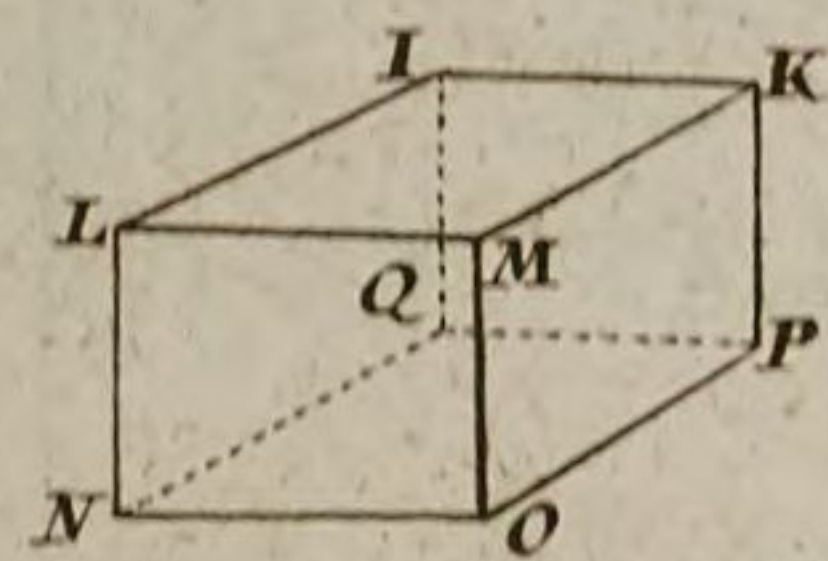
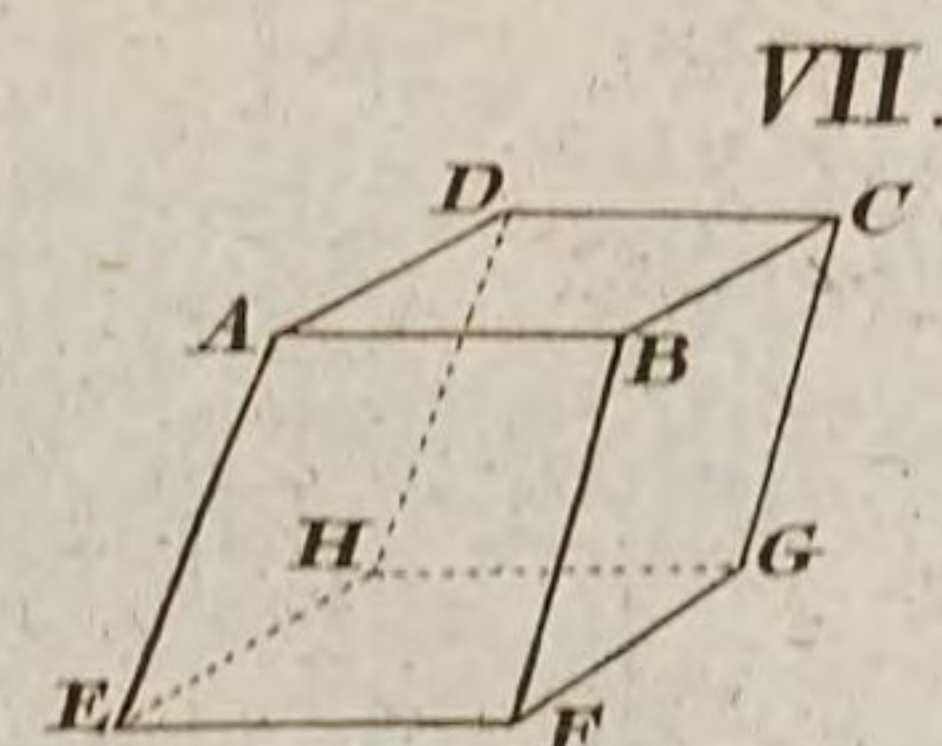
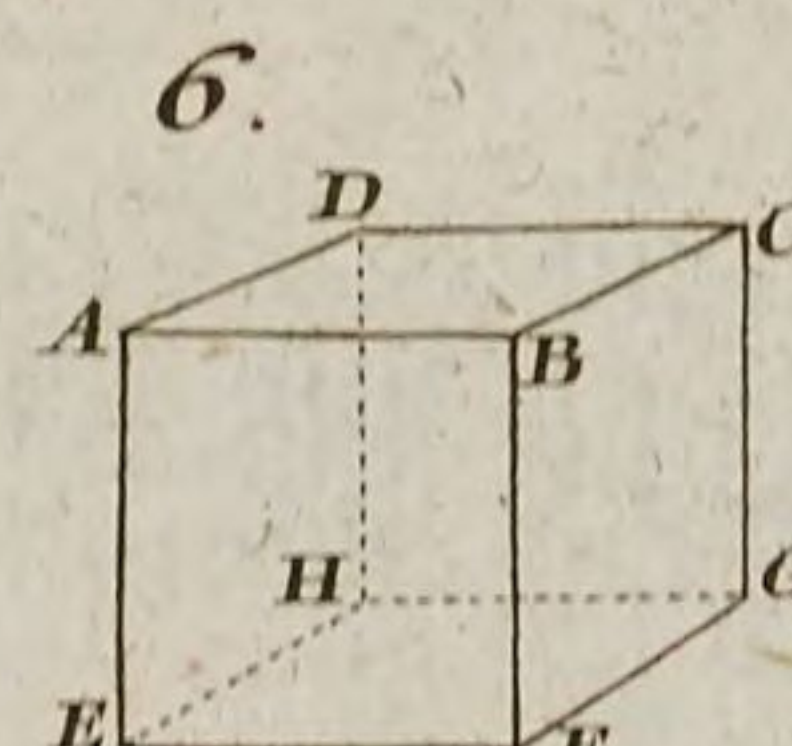
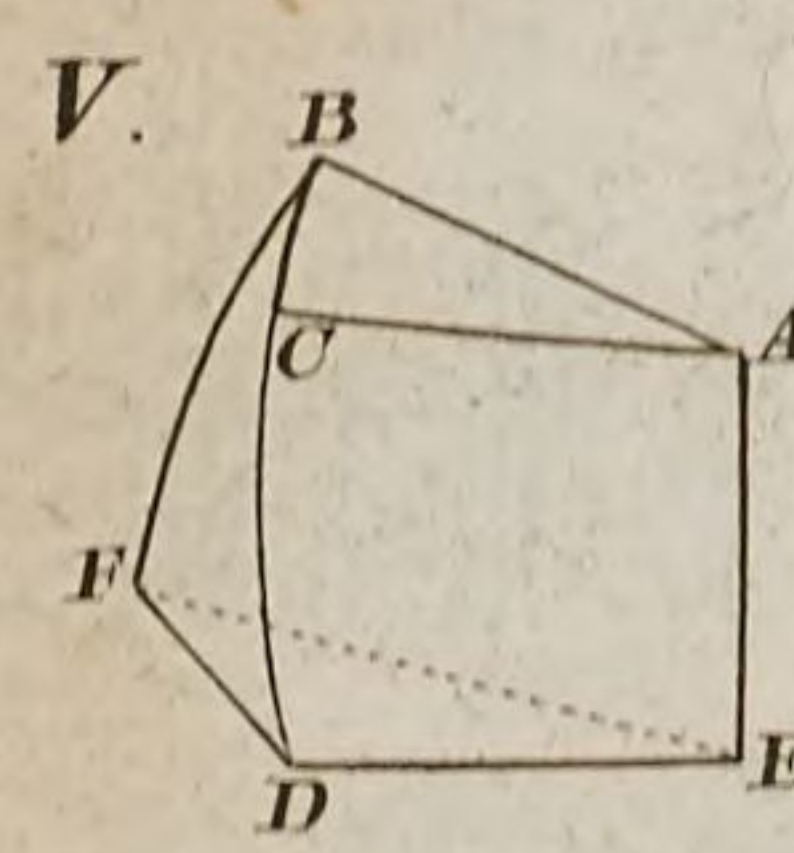
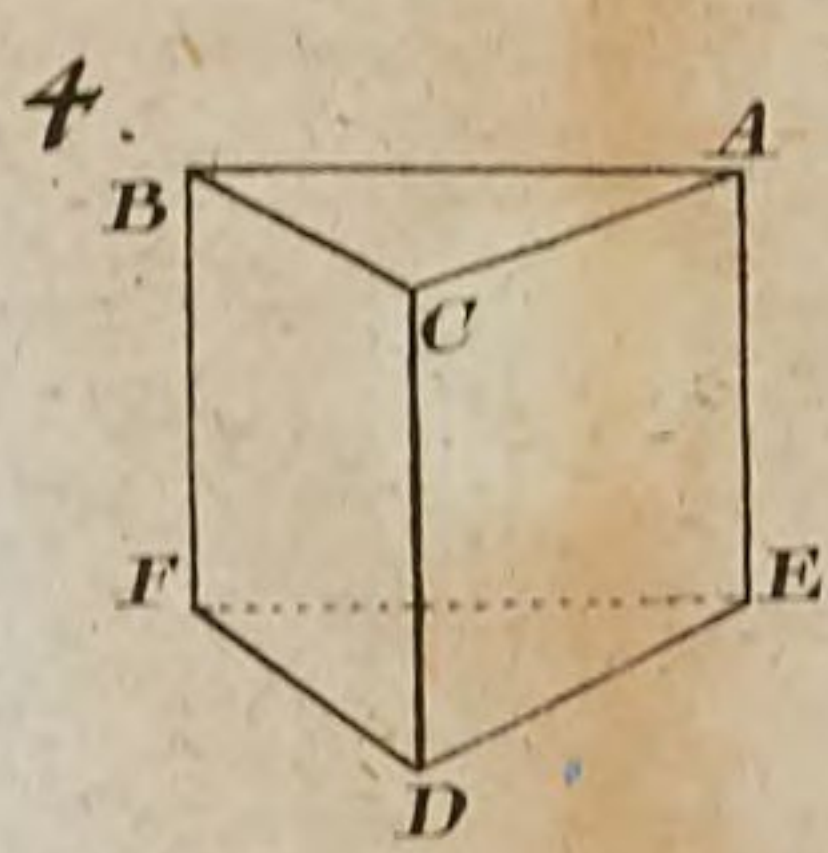
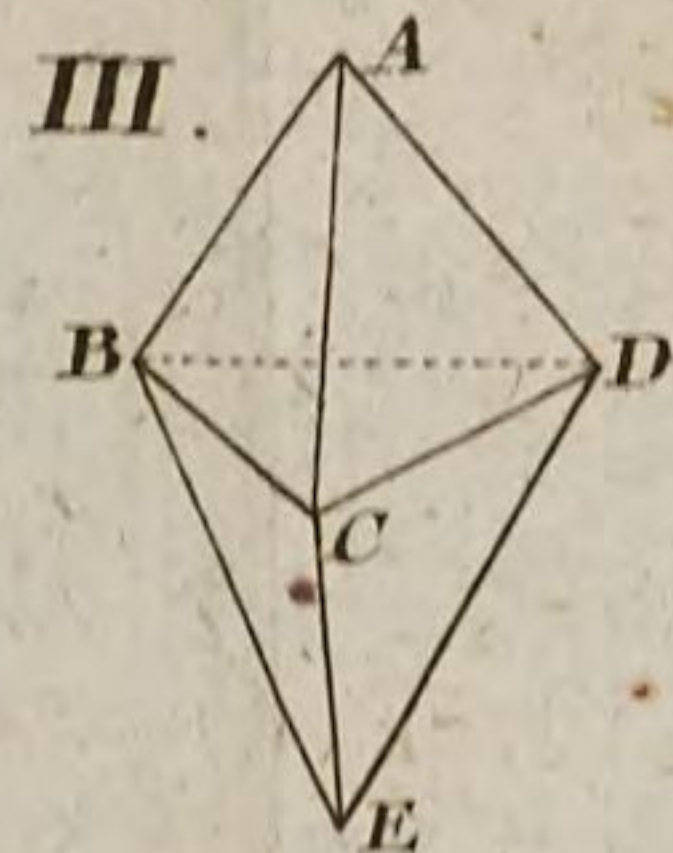
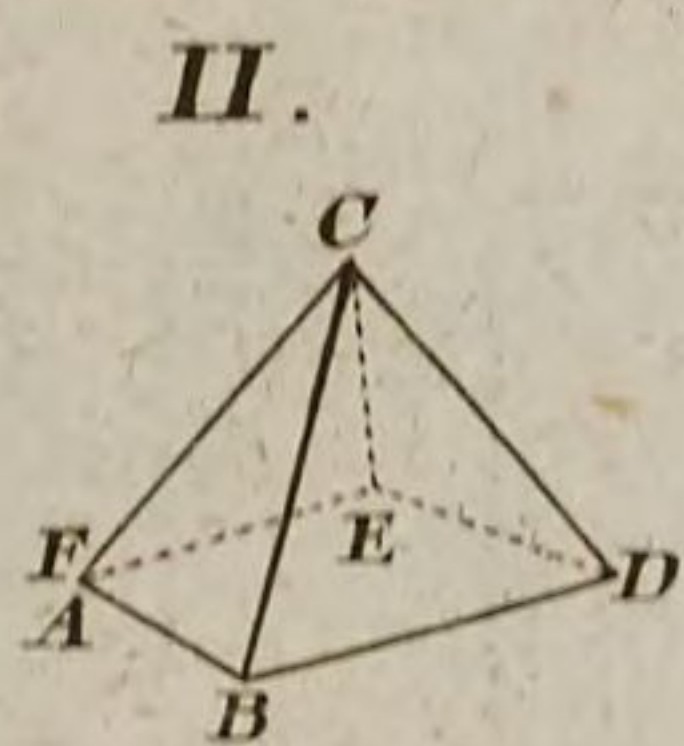
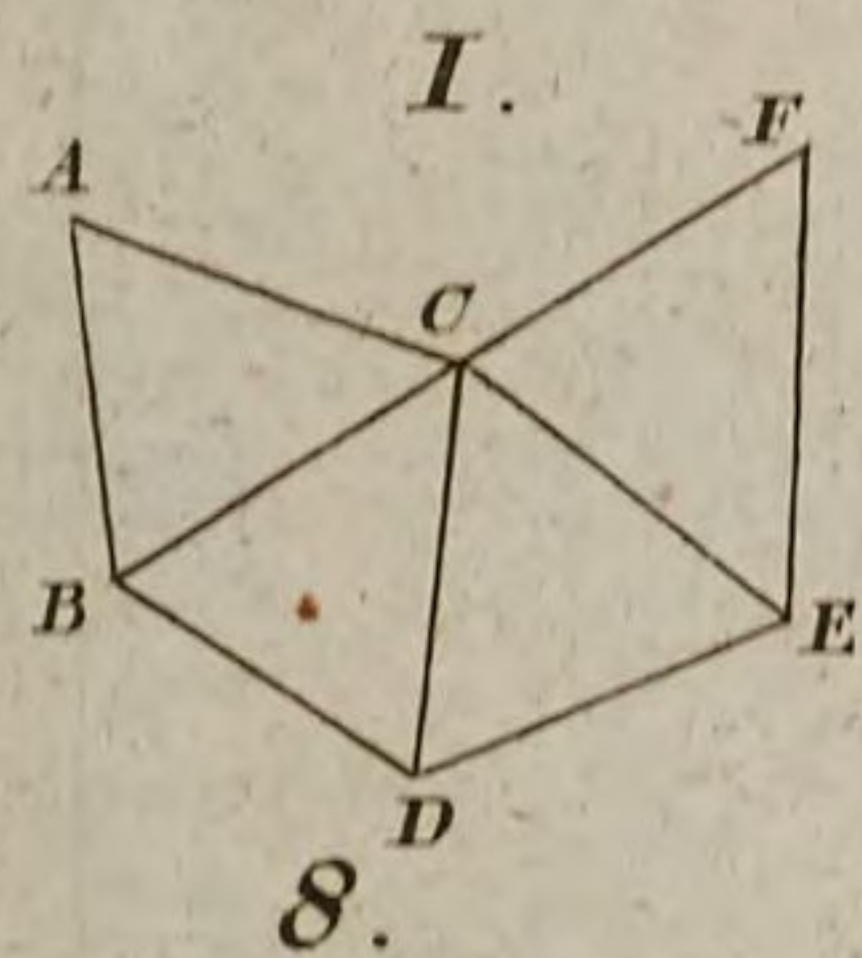
publicae queat, eam me imminutum ire, suspicari quisquam posset. Quamobrem a respondendo me detertere non potuerunt, quae deinde occurrerunt, feruentis a recenti, parum intellecta, multo minus concocta institutione, animi indicia, quae eum hominem arguere videbantur, aduersus quem scribere me indignum sit. Verum id tamen eius rei meditatio apud me effecit, ut in posterum anonymo nulli respondere decreuerim, quam legem iis, quas supra dixi, iam addo. Quid enim opus est, cum ego existimationem boni publici causa collocem in aleam, apud imperitos certe; latenti deinde cuique, atque ad exemplum herois comici, aduersarium procul ex occulto, tanquam funda, caedere optanti, memet exponere? Prodeat in lucem, qui vera se habere existimat, explicata fronte publice proferenda, dictis a se ipso nomine pondus addere studeat, ostendatque, quod ego feci, dedecus, quod victum manet, bonitate causae confisum, sese non vereri. Non me poenitet, quod, ut prius maledicis & imperitis quibusdam, sic iam lucifugis aduersus me quidquid impune dicendi facultatem relinquam; neque enim certandi causa ad haec scribenda accessi. Officio autem abunde me satisfecisse existimo, atque, quae olim dixeram, ita comprobasse, ut, qui errare voluerit, in me quidem culpam cur conferat, causam dicere nullam possit. Quid ergo praeterea quaeram, sectatoresne, qui me, sicut anonymus Illustrem Wolfium, vitiis, quae non committi, nobilitent? quasi aduersus ea, quae in me supersunt, pugnandum esse parum sit; vel quod lucram cum eo comparandum, si tranquillo mihi verum, quantum adsequi possum, quaerere liceat? quaeue tandem solida gloria e re, quam ipse levissimam habeo, mihi proposita est?

Quod reliquum est, ne in viros illustres, doctos, honestosque vlla ratione videri possim iniurius, iterum iterumque edico, cum Wolfianos reprehendo, eos solos a me notari, qui vitia in sese deprehendunt, quae infector. Ad eos, inquam, solos dicta pertinere volo. Qui ab iis immunes sunt, quamcunque philosophandi

phandi viam sequantur, eos in sectatorum classe nullo modo colloco. Relinquendum nempe illis fuit vocabulum, quo vno maxime gaudent, quodque vniuersa illorum merita plerumque absoluit. Alios, qui Illustris WOLFII, vel LEIBNITII potius, dogmata a se examinata, intellecta, illustrata reliquis praeferunt, non ideo Wolfianos voco, sed virorum eruditorum, intelligentium cordatorumque, aliquos etiam praeceptorum meorum adpellationibus, honoris causa ab isto grege distinguo.

F I N I S.





phai
mod
bul
illor
stris
exar
idec
lige
rum
greg

7

I

7

K



Segner, Johann Andreas <<von>>,

Defensio adversus censuram berolinensem probationis loco est Crisis
perpetua in duo capita geometriae illustris Wolfii

Gottingae [1741]

Augsburg, Staats- und Stadtbibliothek -- Math 1086

urn:nbn:de:bvb:12-bsb11267803-5

VD18 10734007-003